

Les puissances de nombres relatifs (NC7)

Vous connaissez tous la multiplication. Vous allez donc vite apprendre les puissances. Je vous en ai déjà parlé en classe.

Les puissances ont été introduites seulement pour simplifier certaines écritures.

Voici l'explication :

- 5×5 peut s'écrire 5^2 (On l'a déjà vu) ; 5^2 se lit 5 au carré.
- $5 \times 5 \times 5$ peut s'écrire 5^3 (On l'a déjà vu) ; 5^3 se lit 5 au cube.
- $5 \times 5 \times 5 \times 5$ peut s'écrire 5^4 ; 5^4 se lit 5 exposant 4.
- $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ peut s'écrire 5^5 ; 5^5 se lit 5 exposant 5.
- $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ peut s'écrire 5^6 ; 5^6 se lit 5 exposant 6.
- $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ peut s'écrire 5^7 ; 5^7 se lit 5 exposant 7.

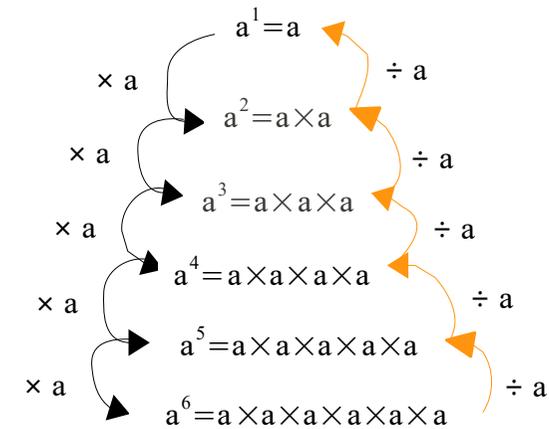
Je pense que vous commencez à comprendre....

Les mathématiciens ont donc inventé cette notation pour simplifier **la multiplication répétée d'un même nombre.**

On l'utilise dans de nombreux domaines (Astronomie, Physique, Biologie, ...).

1. Qu'est-ce que la puissance d'exposant positif d'un nombre ?

Définition Considérons a un nombre non nul quelconque.

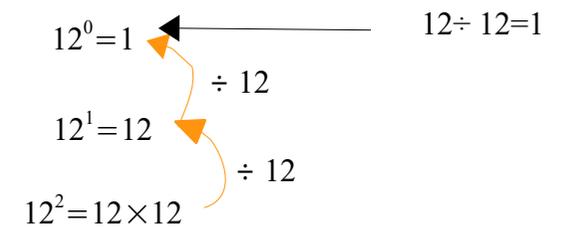


Vocabulaire

12^7 est la **puissance d'exposant 7** du nombre 12.

Question : A quoi est égal 12^0 ?

On a envie de dire que $12^0 = 0$. **Et non, c'est faux.** Voici l'explication :



Ainsi pour tout nombre non nul a , $a^0 = 1$.

Exemples

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \quad \text{se lit } 10 \text{ exposant } 4.$$

$$5^2 = 5 \times 5 \quad \text{se lit } 5 \text{ exposant } 2 \text{ ou } 5 \text{ au carré.}$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 \quad \text{se lit } 5 \text{ exposant } 3 \text{ ou } 5 \text{ au cube.}$$

$$3,4^6 = 3,4 \times 3,4 \times 3,4 \times 3,4 \times 3,4 \times 3,4 \quad \text{se lit } 3,4 \text{ exposant } 6.$$

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \quad \text{se lit } -2 \text{ exposant } 6.$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \quad \text{se lit } \frac{3}{4} \text{ exposant } 5$$

Attention

Des pièges à éviter!

$-3^2 = -9$ et $(-3)^2 = 9$

L'exposant 2 porte sur le 3.

L'exposant 2 porte sur le -3.

L'exposant s'adresse au nombre placé devant ou entre parenthèses.

Priorité opératoire

$5 + 2^4 = 5 + 16 = 21$

Ce calcul est prioritaire.

La puissance est prioritaire sur les autres opérations.

2. Qu'est-ce que la puissance d'exposant négatif d'un nombre ?

Voici une expression qu'on a déjà vu : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$.

On va écrire plus simplement cette expression :

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^6}$$

On l'a vu dans le paragraphe 1.

Au lieu d'écrire $\frac{1}{3^6}$, les mathématiciens ont inventé la notation suivante :

$$\frac{1}{3^6} = 3^{-6}$$

Ainsi, on a :

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3^6} = 3^{-6}$$

Définition Considérons a un nombre non nul.

$$a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a} \quad (a^1 = a)$$

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

$$a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$a^{-20} = \frac{1}{a^{20}}$$

etc.....

Remarque

Il y a quelque temps, nous avons appris que

- $\frac{1}{3}$ est l'**inverse** du nombre 3 car $\frac{1}{3} \times 3 = 1$.
- $\frac{1}{6}$ est l'**inverse** du nombre 6 car $\frac{1}{6} \times 6 = 1$.

De même :

- $\frac{1}{3^2} = 3^{-2}$ est l'**inverse** de 3^2 car $\frac{1}{3^2} \times 3^2 = 1$.
- $\frac{1}{10^5} = 10^{-5}$ est l'**inverse** de 10^5 car $\frac{1}{10^5} \times 10^5 = 1$.
- $\frac{1}{6^{20}} = 6^{-20}$ est l'**inverse** de 6^{20} car $\frac{1}{6^{20}} \times 6^{20} = 1$.

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
Je dois savoir : - la définition de la puissance d'un nombre à exposant positif - la définition de la puissance d'un nombre à exposant négatif	Je dois savoir : - calculer des puissances simples.

Pour ceux qui le souhaitent pour compléter la leçon, vous pouvez regarder la video suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=jts9wiXPHtk>