

Théorème de Thalès (EG7)

Dans cette leçon, nous allons étudier le théorème de Thalès.

Ce théorème permet de calculer des longueurs dans certaines figures géométriques.

Thalès de Milet (- 625 / -547)

Thalès de Milet était un philosophe astronome grec qui habitait la cité ionienne de Milet (port de la Méditerranée). Il devint célèbre aux alentours de 585 pour sa prédiction d'une éclipse du soleil. Il était réputé pour chercher dans le ciel les solutions aux problèmes terrestres. Il appliqua le théorème qui porte son nom pour déterminer les hauteurs des Pyramides d'Egypte avec l'aide du soleil.

1) Qu'est-ce que le théorème de Thalès ?

Théorème

Si :

- les triangles ABC et AMN sont emboîtés ou opposés par le sommet A (avec A, B et M alignés).

- les droites (MN) et (BC) sont parallèles

alors on a l'égalité des quotients :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

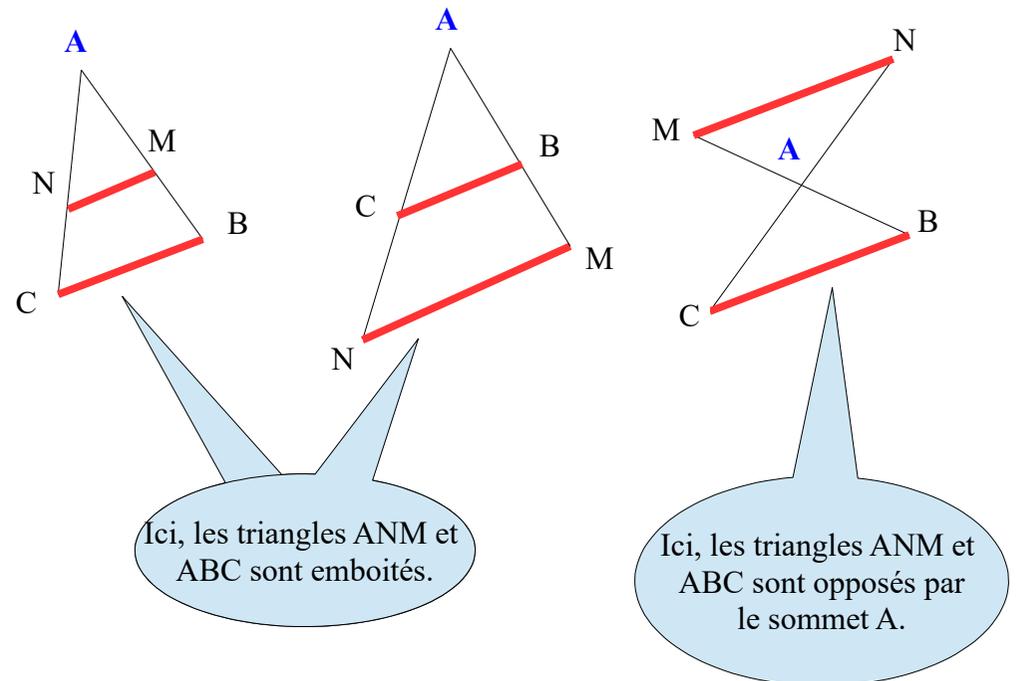
Longueurs des côtés du triangle AMN

Longueurs des côtés du triangle ABC

On a aussi l'égalité des quotients :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

Voici les configurations possibles :



Remarque Dire que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ équivaut à dire que le tableau :

Côté du triangle AMN	AM	AN	MN
Côté du triangle ABC	AB	AC	BC

est un tableau de proportionnalité.

$$\text{Ainsi } AC = \frac{8 \times 6}{9} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3} \text{ cm}$$

$$\text{et } AE = \frac{7 \times 9}{6} = \frac{63}{6} = \frac{21}{2} = 10,5 \text{ cm.}$$

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
Je dois savoir : - le théorème de Thalès	Je dois savoir : - trouver une longueur dans une "configuration de Thalès".

Le triangle AMN est une "réduction" ou "un agrandissement" du triangle ABC. On dit que les triangles AMN et ABC sont **semblables**.

2) A quoi sert le théorème de Thalès ?

Le théorème de Thalès permet de calculer une longueur quand on en connaît trois autres dans une « configuration de Thalès ».

Exemple

On sait que :

- les triangles ACB et ADE sont opposés par le sommet A (avec A, C et D alignés)
- les droites (BC) et (DE) sont parallèles,

d'après le **théorème de Thalès**, on en déduit que :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE} \text{ d'où } \frac{7}{AE} = \frac{AC}{8} = \frac{6}{9} .$$

Pour trouver AC, on utilise le produit en croix.

Pour trouver AE, on utilise le produit en croix.