

**Triangles :
inégalité triangulaire, somme des mesures des angles (EG2)**

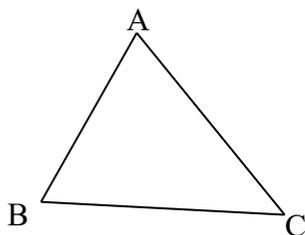
Les triangles sont des polygones composés de trois angles et de trois côtés. Ils ont un rôle très importants dans de nombreux domaines. Dans cette leçon, nous allons étudier la possibilité de construire un triangle connaissant certains données et découvrir deux propriétés importantes du triangle.

1) Trois longueurs étant données, peut-on construire un triangle à partir de ses longueurs ?

Propriété (Inégalité triangulaire)

Dans un triangle (non plat), la longueur de chaque côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple



$$\begin{aligned} AB &< AC + CB \\ AC &< AB + BC \\ BC &< BA + AC \end{aligned}$$

Remarques

- Si le point B appartient au segment [AC], alors $AC = AB + BC$.



- Si $AC = AB + BC$, alors le point B appartient au segment [AC].

Conséquence

Pour savoir si l'on peut construire un triangle (non plat) dont les côtés mesurent trois longueurs données, il suffit de s'assurer que la plus grande longueur est strictement inférieure à la somme des deux autres.

Exemples

- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 1 cm, 3 cm et 5 cm ?

Comme $5 > 1 + 3$ alors on ne peut donc pas construire de triangle dont les côtés mesurent 1 cm, 3 cm et 5 cm.

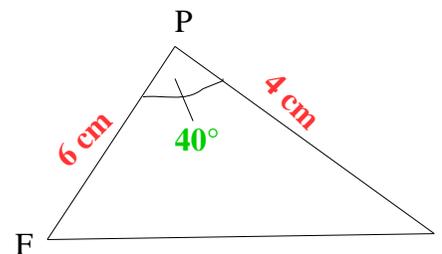
- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 4 cm, 2 cm et 3 cm ?

Comme $4 < 2 + 3$ alors on peut donc construire de triangle dont les côtés mesurent 4 cm, 2 cm et 3 cm.

2) Deux longueurs et la mesure d'un angle étant données, peut on construire un triangle à partir de ses données ?

Exemple 1 Construire un triangle PIF tel que $PI = 4$ cm, $PF = 6$ cm et $\widehat{IPF} = 40^\circ$.

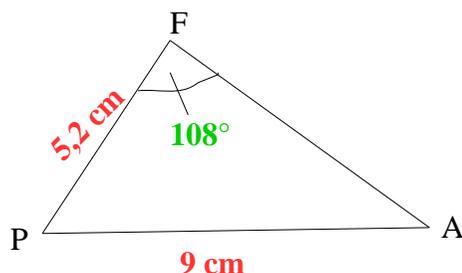
Schéma



On commence à tracer le segment [PF] (ou le segment [PI]), puis l'angle \widehat{FPI} et enfin le segment [PI] (ou le segment [PF]).

Exemple 2 Construire un triangle PAF tel que $PA = 9 \text{ cm}$, $PF = 5,2 \text{ cm}$ et $\widehat{PFA} = 108^\circ$.

Schéma

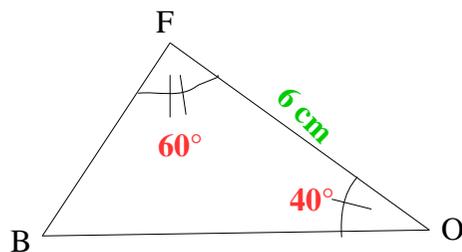


On commence à tracer le segment [PF], puis l'angle \widehat{PFA} et enfin le segment [PA].

3) Deux angles et une longueur étant données, peut-on construire un triangle avec ses données ?

Exemple 1 Construire un triangle BOF tel que $OF = 6 \text{ cm}$, $\widehat{BOF} = 40^\circ$ et $\widehat{BFO} = 60^\circ$.

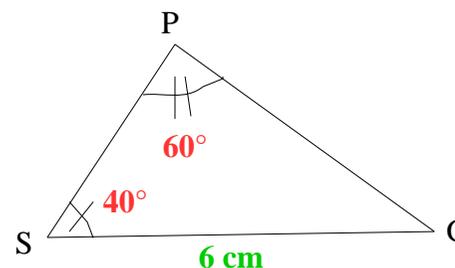
Schéma



On commence à tracer le segment [FO], puis l'angle \widehat{BFO} et enfin l'angle \widehat{BOF} .

Exemple 2 PSG est un triangle tel que $SG = 6 \text{ cm}$, $\widehat{GSP} = 40^\circ$ et $\widehat{SPG} = 60^\circ$.

Schéma



On ne peut pas construire ce triangle. Il nous manque des données !

Mais avec la propriété suivante, on va pouvoir trouver la mesure de l'angle \widehat{SGP} et tracer le triangle.

Propriété La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Calcul de la mesure de l'angle \widehat{SGP}

On sait que dans le triangle GSP, \widehat{GSP} mesure 40° et \widehat{SPG} mesure 60° .

Or : La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\begin{aligned} \text{Donc : } \widehat{SGP} &= 180^\circ - (\widehat{GSP} + \widehat{SPG}) \\ &= 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) \\ &= 180^\circ - 100^\circ \\ &= 80^\circ \end{aligned}$$

Pour compléter, vous pouvez regarder les vidéos suivantes :

Inégalité triangulaire :

<https://www.youtube.com/watch?v=JPinXSVOGWE>

<https://www.youtube.com/watch?v=3DD7kj53jI0>

<https://www.youtube.com/watch?v=hwCjjX6R2XM>

Somme des mesures des angles d'un triangle :

<https://www.youtube.com/watch?v=x0UA6kbiDcM>

<https://www.youtube.com/watch?v=7cMDjPpQhoc>

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
Je dois savoir : -la propriété de l'inégalité triangulaire - la propriété sur la somme des mesures des angles d'un triangle	Je dois savoir : -tracer un triangle connaissant trois éléments du triangle. - calculer la mesure d'un angle d'un triangle connaissant la mesure des deux autres.