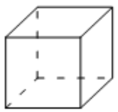
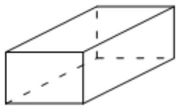
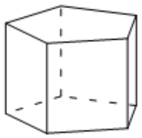
Grandeurs et mesures (GM1)
Calculer des volumes des solides « sans pointe » et « avec pointe »

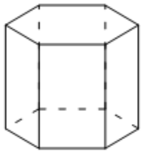
Dans de nombreux problèmes de la vie courante, nous avons besoin de calculer des volumes.
Dans cette leçon, nous allons revoir comment calculer les volumes des solides « sans pointe » et « avec pointe ».

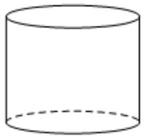
1) Comment calculer le volume d'un solide « sans pointe » ?


Cube


Pavé droit


Prisme droit à base pentagonale


Prisme droit à base hexagonale


Cylindre de révolution

	nombre total de faces	nombre total de sommets	nombre total d'arêtes	base(s)		faces latérales	
				nombre	nature	nombre	nature
Cube	6	8	12	2	carré	4	carré
Pavé droit	6	8	12	2	rectangle	4	rectangle
Prisme droit à base pentagonale	7	10	15	2	pentagone	5	rectangle
Prisme droit à base hexagonale	8	12	18	2	hexagone	6	rectangle
Cylindre	3	0	0	2	disque	1	rectangle

Tous les solides « sans pointe » ont une formule identique pour le calcul de volume :

$$\boxed{V = aire\,de\,la\,base \times hauteur}$$

Exemple 1
Calculer le volume en litres d'un pavé droit de longueur 3 m, de largeur 2 m et de hauteur 1,5 m.

V = aire de la base × hauteur
V = 3 × 2 × 1,5
V = 9 m^3
V = 9 000 dm^3
V = 9000 litres

m^3			dm^3		
			kL	hL	L
			0	0	0

Exemple 2
Calculer le volume d'un cylindre de révolution de 4 m de hauteur ayant pour base un disque de diamètre 75 cm.

V = aire de la base × hauteur
V = $\pi \times R^2 \times h$
V = $\pi \times 37{,}5^2 \times 400$
V = $562500\,\pi$ cm^3
V ≈ 1 767 146 cm^3

Exemple 3
Un lingot d'or est un pavé droit de 38 mm de large, 86 mm de long et 8,5 mm de haut.
La masse volumique (densité) de l'or est 19,3 kg/dm^3 . Quelle est la masse de ce lingot d'or ?

Calcul du volume du lingot

V = aire de la base × hauteur
V = 86 × 38 × 8,5
V = 27 778 mm^3
V = 0,027 778 dm^3

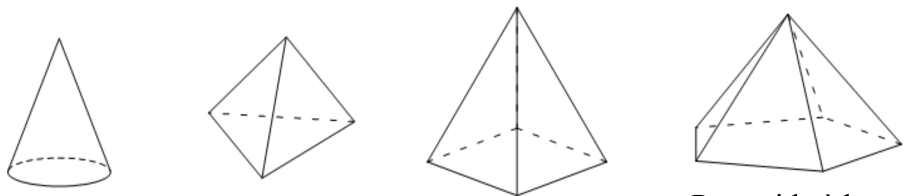
Calcul de la masse du lingot

Masse (en g)	19 300	?
Volume (en dm^3)	1	0,027 778

$$? = \frac{19\,300 \times 0{,}027\,778}{1}$$

? = **536,1154 g**

2) Comment calculer le volume d'un solide « avec une pointe » ?



Cône Tétraèdre Pyramide à base carrée Pyramide à base pentagonale

	nombre total de faces	nombre total de sommets	nombre total d'arêtes	base(s)		faces latérales	
				nombre	nature	nombre	nature
Cône	2	1	0	1	disque	1	Secteur circulaire
Tétraèdre	4	4	6	1	triangle	3	triangle
Pyramide à base carré	5	5	8	1	carré	4	triangle
Pyramide à base pentagonale	6	6	10	1	pentagone	5	triangle

Tous les solides « avec pointe » ont une formule identique pour le calcul de volume :

$$\boxed{V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}}$$

Exemple 1

Calculer le volume d'un cône de révolution de 6 cm de hauteur ayant une base un disque de diamètre 4 cm.

$$V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times 2 \times 2 \times 6}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times 24}{3}$$

$$V = 8\pi \ \text{cm}^3$$

V ≈ 25 cm^3

Exemple 2

Calculer le volume de la pyramide du Louvre sachant qu'elle a une hauteur de 21,6 m et que sa base est un carré de 35 m de côté.

$$V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$$

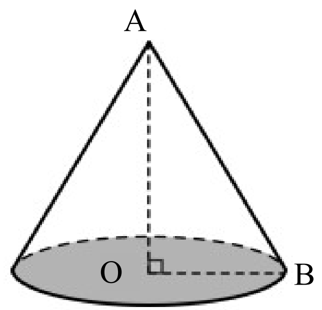
$$V = \frac{35 \times 35 \times 21{,}6}{3}$$

$$V = \frac{26460}{3}$$

V = 8820 cm^3

Exemple 3

Calculer le volume du cône suivant sachant que AB = 12 cm et OB = 5 cm.



Calcul de OA

D'après mes données, on sait que OAB est rectangle en O.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit :

$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$12^2 = AO^2 + 5^2$

$144 = AO^2 + 25$

$AO^2 = 144 - 25$

$AO^2 = 119$

$AO = \sqrt{119}$ cm

Donc le volume du cône est égal à :

$V = \dfrac{\textit{aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3}$

$V = \dfrac{\pi \times 5 \times 5 \times \sqrt{119}}{3}$

$V \approx 285$ cm^3

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
	Je dois savoir **- calculer le volume d'un solide « sans pointe ».** **- calculer le volume d'un solide « avec pointe ».**