

Rappel de cours

Fonctions linéaires

C'est quoi ?

Pourquoi ?

Ce sont des fonctions de la forme :
 $f(x) = ax$ ou $x \mapsto ax$
 a est le coefficient de la fonction linéaire.
Exemple La fonction f définie par $f(x) = 0,5x$ est une fonction linéaire de coefficient $0,5$.

Une fonction linéaire traduit une **situation de proportionnalité**.
 Le nombre 0 aura toujours pour image 0 .
Exemple Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté. Cette situation peut se modéliser par la fonction linéaire de coefficient 4 .

Comment ?

Calculer une image

On remplace x par le nombre donné.
Exemple Si f est la fonction linéaire de coefficient 3 alors l'image de 2 est :
 $f(2) = 3 \times 2 = 6$.

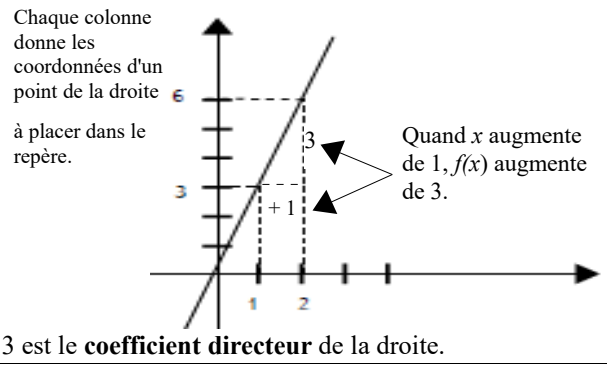
Représenter une fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire est **une droite passant par l'origine du repère**.
Exemple f est la fonction linéaire de coefficient 3 .

on fait un tableau de valeurs :

x	0	1	2
$f(x)$	0	3	6

× 3



Calculer un antécédent

Il faut trouver x pour cela on résout une équation.
Exemple Si f est la fonction linéaire de coefficient 2 alors pour trouver l'antécédent de 13 , on résout l'équation $f(x) = 13$, c'est-à-dire $2x = 13$ donc
 $x = \frac{13}{2} = 6,5$.
 L'antécédent de 13 est $6,5$.

Calculer le coefficient

Si $f(6) = 7,8$ alors le coefficient est égal à :
 $\frac{7,8}{6} = 1,3$.

Exercices dirigés – Fonctions linéaires

Exercice 1 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème : exercice 50 page 128
 On considère la fonction linéaire f telle que $f(x) = -9x$. Calculer les images par la fonction f des nombres suivants :

a. 6 b. -1
 c. 0 d. $\frac{4}{3}$

Exercice 2 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème : exercice 10 page 123
 On a représenté ci-contre la fonction f dans un repère.

- La fonction f est-elle linéaire ? Justifier.
- Lire graphiquement l'image de -1 par la fonction f .
- En déduire une expression algébrique de la fonction f .

Exercice 3 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème : exercice 54 page 129
 Soit $f : x \mapsto 0,3x$ la fonction qui exprime le nombre de pages imprimées par la photocopieuse du collège en fonction du temps en seconde.

- Mme Ducarré, professeur de mathématiques dispose de 5 minutes avant son prochain cours. Aura-t-elle le temps d'imprimer un devoir pour ses deux classes de 27 élèves ?



- M. Le Dico, professeur de français, a passé plus de 8 minutes à photocopier un ouvrage. En considérant que la photocopieuse a fonctionné sans interruption, combien de photocopies a-t-il faites ?

Exercice 4 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème : exercice 27 page 125

Voici l'offre d'un opérateur de téléphonie mobile :

TELTEL+

2 € par mois pour 180 minutes de communication + 0,05 € par minute de dépassement.

1. Chaque mois, Tom consomme plus que les 180 minutes comprises dans son forfait.

Écrire une expression algébrique d'une fonction donnant le prix qu'il devra payer en fonction du temps total de communication en minutes en cas de dépassement de forfait.

2. Cette fonction est-elle affine ? linéaire ?

3. Au mois d'octobre, Tom a téléphoné durant 6 h 42 min. Combien a-t-il dû payer ?



Exercice 5 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème : exercice 12 page 123

On considère la fonction linéaire $f : x \mapsto 2,5x$ qui représente le prix de vente en euros de x kg de cacao.

1. Quelle est la nature de la représentation graphique de f ?

2. a. Quel est le prix de 3 kg de cacao ? 4 kg ? 10 kg ?

b. En déduire les coordonnées de trois points appartenant à la représentation graphique de f .

3. Représenter la fonction f dans un repère.

4. Le prix au kilogramme de cacao est passé à 3,50 €. Représenter dans le repère précédent la fonction linéaire associée.



Exercice 6 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème : exercice 76 page 133

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- L'élever au carré
- Enlever 4
- Enlever le carré du nombre de départ

1. Vérifier qu'en prenant le nombre 5 au départ, on trouve 20 à la fin.

2. Si l'on choisit x au départ, écrire une expression algébrique d'une fonction f exprimant le nombre obtenu à la fin en fonction de x .

3. Prouver que la fonction f est linéaire.

4. a. Quel nombre a-t-on choisi au début si l'on trouve 36 à la fin ?

b. Comment peut-on facilement retrouver le nombre choisi au début en connaissant celui obtenu à la fin ?

Correction...à regarder une fois que vous avez cherché.

Exercice 1

- a. L'image du nombre 6 est égale à : $f(6) = -9 \times 6 = -54$.
- b. L'image du nombre -1 est égale à : $f(-1) = -9 \times (-1) = 9$.
- c. L'image du nombre 0 est égale à : $f(0) = -9 \times 0 = 0$.
- d. L'image du nombre $\frac{4}{3}$ est égale à : $f\left(\frac{4}{3}\right) = -9 \times \frac{4}{3} = -\frac{36}{3} = -12$.

Exercice 2

- Comme la courbe représentative de la fonction f est une droite passant par l'origine alors f est une fonction linéaire.
- L'image de -1 est 3 : $f(-1) = 3$.
- Comme f est une fonction linéaire alors $f(x) = ax$ où a est le coefficient de la fonction.
On a : $f(-1) = -a$ et $f(-1) = 3$ d'où $-a = 3$ et $a = -3$.

Donc : $f(x) = -3x$

Exercice 3

- Comme l'image de 300 (5 min = 5×60 s = 300 s) par la fonction f est : $f(300) = 0,3 \times 300 = 90$ alors en 5 minutes elle peut faire 90 photocopies.
Comme il y a 54 élèves (27×2) alors **elle aura assez de temps**.
- Comme l'image de 400 (8 min = 5×80 s = 400 s) par la fonction f est : $f(400) = 0,3 \times 400 = 120$ alors en 8 minutes, **il peut faire 120 photocopies**.

Exercice 4

- On appelle x le nombre de minutes dépassant le forfait et $f(x)$ le prix que Tom devra payer.

$$f(x) = 0,05x + 2$$

Ce coefficient rend la fonction non linéaire.

- Cette fonction est affine : $f(x) = 0,05x + 2$

- Comme 6 h 42 min = 402 min alors Tom a dépassé de $402 - 180 = 222$ minutes son forfait donc il devra payer :
 $f(222) = 0,05 \times 222 + 2 = 13,1$ €.

Exercice 5

- Comme $f(x) = 2,5x$ alors f est une fonction linéaire de coefficient 2,5 donc la courbe représentative de f est une droite passant par l'origine du repère.

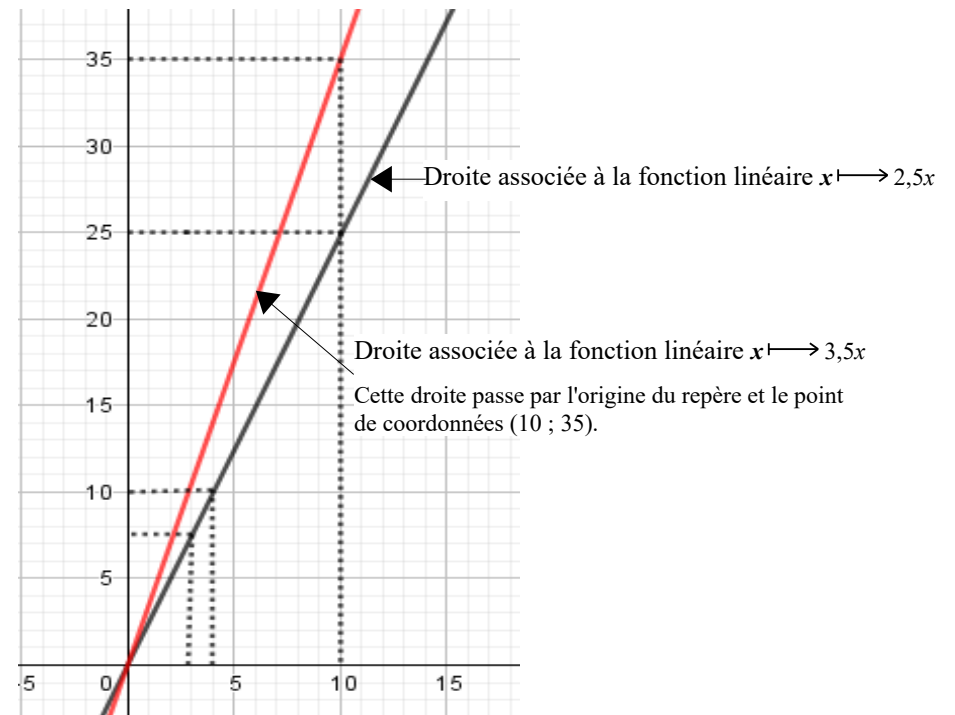
2. a.

Quantité (en kg)	3	4	10
Prix (en €)	7,5	10	25

↖ (x 2,5) ↗

- D'après la question précédente, les points (3 ; 7,5), (4 ; 10) et (10 ; 25) appartiennent à la courbe représentative de f .

3. 4.



Exercice 6

$$\begin{aligned} 1) (5+2)^2 - 4 - 5^2 &= 7^2 - 4 - 25 \\ &= 49 - 4 - 25 \\ &= 45 - 25 \\ &= \mathbf{20} \end{aligned}$$

Ici, on utilise la double distributivité.

$$2) f(x) = (x+2)^2 - 4 - x^2$$

$$\begin{aligned} 3) f(x) &= (x+2)(x+2) - 4 - x^2 \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 - x^2 \\ &= 4x \end{aligned}$$

f est donc une fonction linéaire de coefficient 4.

4) a) Le nombre que l'on a choisit au début est $\frac{36}{4} = 9$ car on obtient le nombre à la fin en multipliant le nombre de départ par 4.

b) On obtient le nombre choisi au début en divisant par 4 le nombre obtenu à la fin.