Agrandissements, Réductions, Triangles semblables (GM3)

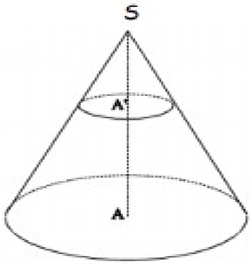
Exercice 1
Le rayon d'un cylindre bleu mesure 1,8 cm et celui d'un cylindre vert mesure 2,7 cm. La hauteur du cylindre bleu est 4,5 cm et celle du cylindre vert est 6,8 cm.
Le cylindre vert est-il un agrandissement du cylindre bleu ? Justifier.

Exercice 2
ABC et EFG sont deux triangles tels que :
AB = 5 cm, AC = 8 cm, BC = 6,5 cm, EF = 1 cm, EG = 1,6 cm et FG = 1,2 cm.
a) Le triangle EFG est-il une réduction du triangle ABC ?
b) Si non, modifier une longueur pour qu'il en soit ainsi. Indiquer alors le coefficient de réduction.

Exercice 3
a) La forme d'une bactérie est assimilée à un disque d'aire 0,2 mm².On l'observe au microscope muni d'une lentille de coefficient d'agrandissement 10. Calculer l'aire de la bactérie observée au microscope.
b) Une propriété a une surface de 1 800 m². On réalise un plan à l'échelle $\frac{1}{1200}$ de cette propriété. Calculer l'aire de cette propriété sur le plan.
c) Sur un plan à l'échelle 1/1200, l'aire d'une propriété est égale à 15 cm². Calculer l'aire réelle de la propriété exprimée en m².
d) Un ballon a un volume de 418 cm^3 . Pierre le gonfle et constate que son diamètre a été multiplié par 1,2. Quel est le volume du ballon après gonflage ?

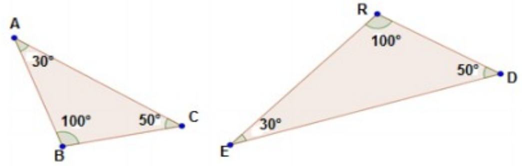
Exercice 4
Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm. Un plan parallèle à la base coupe le cône tel que SA' = 2,4 cm.
Le rayon du rayon de base du grand cône est de 7 cm.

Quel est le volume du petit cône de hauteur SA' ?



Exercice 5 VRAI ou FAUX ?
a. Deux triangles équilatéraux sont semblables
b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables.
c. Deux triangles isocèles sont semblables.
d. Si deux triangles sont semblables alors ils ont la même aire.
e. Lorsqu'on regarde un angle de 18° à la loupe de grossissement 2, on voit un angle de 36°.

Exercice 6
Les triangles ABC et EDR sont semblables

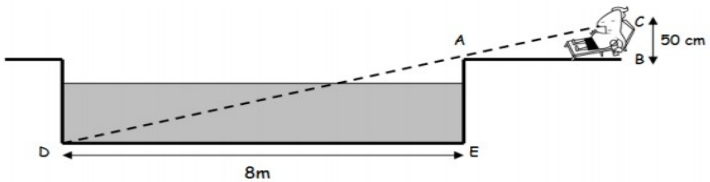


Compléter le tableau suivant :

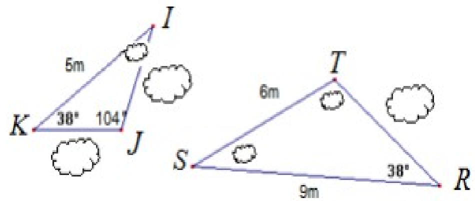
Sommets homologues	Côtés homologues	Angles homologues

Compléter ces égalités : $\frac{AB}{....} = \frac{AC}{....} = \frac{....}{RD}$

Exercice 7
Couché sur un transat de 50 cm de haut à 1 m du bord de la piscine, le vacancier peut voir le fond. Quelle est la profondeur de la piscine si sa longueur vaut 8 m ?



Exercice 8
On sait que les deux triangles KIJ et RST sont semblables. Hélas, des mesures ont été effacées...
En expliquant, trouver la mesure manquante des angles et des longueurs de ces deux triangles.



Correction …. à regarder une fois que vous avez cherché.

Exercice 1

Comme $\frac{2,7}{1,8}=\frac{3}{2}=1,5$ et $\frac{6,8}{4,5}=\frac{13}{9}\approx 1,44$ alors **le cylindre vert n'est pas un agrandissement du cylindre bleu.**

Exercice 2

a) Comme $\frac{EG}{AC}=\frac{1,6}{8}=0,2$, $\frac{FG}{BC}=\frac{1,2}{6,4}\approx 0,18$ et $\frac{EF}{AB}=\frac{1}{5}=0,2$ alors **le triangle EFG n'est pas une réduction du triangle ABC**.

b) Pour que EFG soit une réduction du triangle ABC, il faut que : $\frac{FG}{BC}=0,2$,
d'où : FG = 0,2 × BC = 0,2 × 6,5 = **1,3**. Le coefficient de réduction est alors **0,2**.

Exercice 3

a)

Aire réelle 0,2 mm² $\xrightarrow{\times 10^2 \text{ (Aire)}}$ Aire observée **?**

L'aire de la bactérie observée au microscope est égale à :

? = 10² × 0,2 = 100 × 0,2 = **20 mm²**.

b)

Surface réelle 1 800 m² $\xrightarrow{\times \left(\frac{1}{1200}\right)^2 \text{ (Aire)}}$ Surface sur le plan **?**

L'aire de la propriété sur le plan est égale à :

$$? = \left(\frac{1}{1200}\right)^2 \times 1\,800 = \frac{1}{1\,440\,000}\times 1\,800 = \frac{18}{14\,400} = 0,00125 \text{ m}^2 = \mathbf{12,5\ cm^2}.$$

c)

Surface réelle ? $\xrightarrow{\times \left(\frac{1}{1200}\right)^2 \text{ (Aire)}}$ Surface sur le plan 15 cm²

L'aire réelle de la propriété est égale à :

$$? = 15\div\left(\frac{1}{1200}\right)^2 = 15\div\frac{1}{1\,440\,000} = 15\times 1\,440\,000 = 21\,600\,000 \text{ cm}^2 = \mathbf{21,6\ m^2} .$$

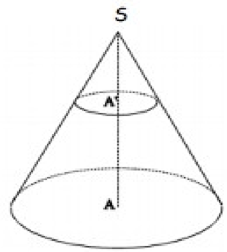
d)

Volume départ 418 cm³ $\xrightarrow{\times 1,2^3 \text{ (Volume)}}$ Volume après gonflage **?**

Le volume après gonflage est égal à :

? = $1,2^3$ × 418 = 1,728 × 418 = **722,304 cm³** .

Exercice 4



Comme SA = 12 cm et SA' = 2,4 cm alors le petit cône de hauteur SA' est une réduction du grand cône de hauteur SA de coefficient $\frac{SA'}{SA}=\frac{2,4}{12}=0,2$.

Donc le rayon du petit cône est égal à 0,2 × 7 = 1,4 cm.

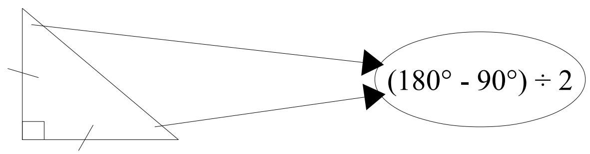
Ainsi le volume du petit cône est égal à :

$$V = \frac{\pi\times 1,4^2\times 2,4}{3} = \frac{\pi\times 1,4^2\times 2,4}{3}=1,568\pi \approx \mathbf{4,9\ cm^3}.$$

Exercice 5 VRAI ou FAUX ?

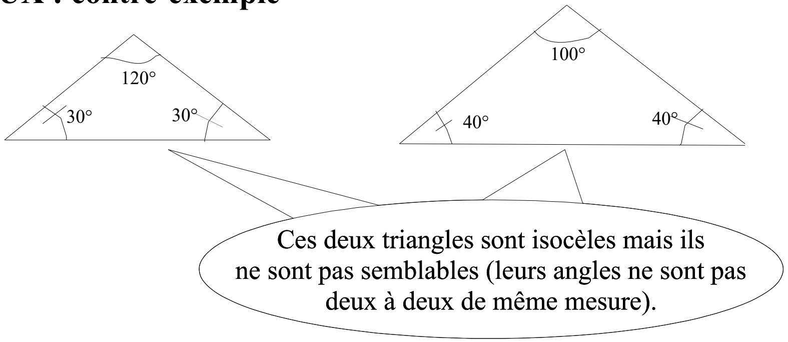
a. Un triangle équilatéral a ses angles de même mesure 60°. D'où deux triangles équilatéraux ont leurs angles deux à deux de même mesure. **Donc ils sont semblables : VRAI.**

b. Un triangle isocèle a ses angles mesurant 90°, 45° et 45°.

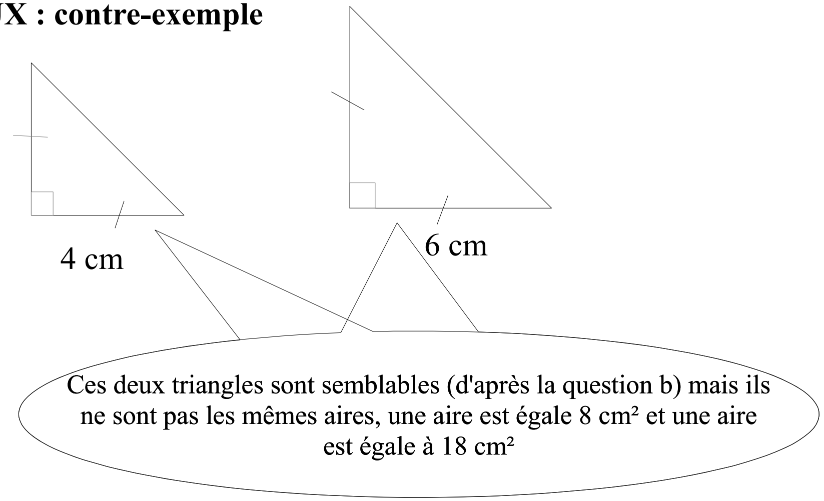


Ainsi deux triangles isocèles rectangles ont leurs angles deux à deux de même mesure **donc ils sont semblables : VRAI.**

c. FAUX : contre-exemple

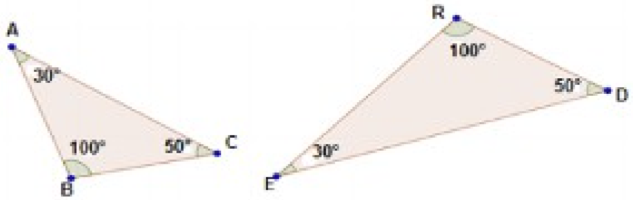


d. FAUX : contre-exemple



e. FAUX : Dans un agrandissement ou une réduction, la mesure des angles est conservée.

Exercice 6

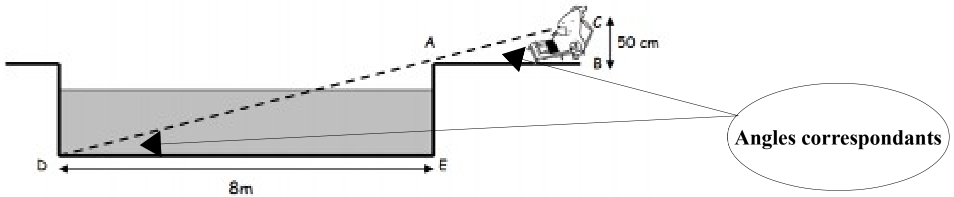


Sommets homologues	Côtés homologues	Angles homologues
B et R	[BC] et [RD]	$\widehat{CBA}$ et $\widehat{DRE}$
C et D	[AB] et [RE]	$\widehat{BAC}$ et $\widehat{RED}$
A et E	[AC] et [ED]	$\widehat{RDE}$ et $\widehat{BCA}$

Comme les triangles ABC et ERD sont semblables alors les longueurs de leurs côtés homologues sont proportionnelles donc : $\frac{AB}{RE}=\frac{AC}{ED}=\frac{BC}{RD}$

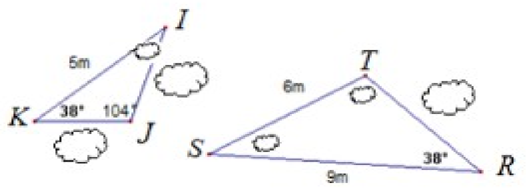
Exercice 7

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DEA}$ sont des angles droits.
De plus, les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EDA}$ sont des angles correspondants et les droites (BA) et (DE) sont parallèles d'où : $\widehat{BAC}=\widehat{EDA}$.



Ainsi les triangles ABC et ADE ont deux angles deux à deux de même mesure. Donc ils sont semblables et les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles. D'où : $\frac{BC}{AE}=\frac{AB}{DE}$. Ainsi $\frac{0,5}{AE}=\frac{1}{8}$ et **AE =** $\mathbf{\frac{8\times0,5}{1}}$ **= 4 m.**

Exercice 8



- Dans le triangle IJK : $\widehat{\mathbf{KIJ}}$ **= 180° - (38° + 104°) = 38°**.
  Ainsi IJK est un triangle isocèle en J.
- Comme les triangles IJK et TSR sont semblables alors ils ont leurs angles de deux à deux de même mesure donc TSR est un triangle isocèle en T, $\widehat{\mathbf{STR}}$ **= 108°**, $\widehat{\mathbf{RST}}$ **=38°** et **TR = 6 m**.
- Les triangles IJK et TSR sont semblables donc les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles. D'où : $\frac{TR}{KJ}=\frac{TS}{IJ}=\frac{SR}{IK}$.
  Ainsi : $\frac{TR}{KJ}=\frac{6}{IJ}=\frac{9}{5}$ et **IJ =** $\mathbf{\frac{5\times 6}{9}=\frac{10}{3}}$ **m**.
- Comme KIJ est isocèle en J alors **KJ = IJ =** $\mathbf{\frac{10}{3}}$ **m**.