

Les fonctions linéaires (OGF5)

L'objectif de cette leçon est l'étude des fonctions linéaires qui sont des cas particuliers de fonctions. Ces fonctions permettent de modéliser les situations de proportionnalité de la vie courante.

Voici différentes situations simples :

1) Au marché, on vend des oranges au prix de 3,20 € le kilogramme.

Si on achète x kilogrammes d'oranges, on payera **$3,2x$** .

2) Le périmètre d'un triangle équilatéral de côté x cm est égal **$3x$** .

3) Un commerçant décide d'augmenter tous les prix de 20 %.

Un article coûte x €.

Son nouveau prix est égal à **$1,2x$** .

4) Un commerçant décide de diminuer tous les prix de 20 %.

Un article coûte x €.

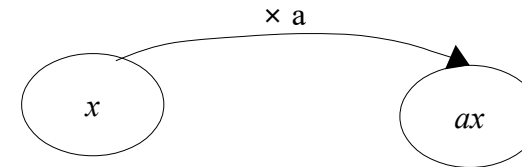
Son nouveau prix est égal à **$0,8x$** .

5) Dans l'océan Pacifique, la vague d'un tsunami parcourt 400 km en 30 min.

La distance parcourue en km en x heures est égale à **$800x$** .

Les cinq expressions algébriques ont un point commun :

La variable x est multipliée par une constante a .



Ces types de situations se rencontrent souvent dans la vie courante. Ce sont des situations de **proportionnalité**.

1) Qu'est-ce qu'une fonction linéaire ?

Définition

Considérons a un nombre quelconque.

La fonction qui fait correspondre à tout nombre x le produit ax s'appelle la **fonction linéaire de coefficient a** .

Si on appelle f cette fonction alors on écrit pour la définir :

$$f: x \mapsto ax.$$

ax est l'image de x et on note $f(x) = ax$.

Exemple

La fonction linéaire f de coefficient 3 se note $f: x \mapsto 3x$.

L'image de x est $f(x)$.

L'image de 5 est : $f(5) = 3 \times 5 = 15$.

L'image de -8 est : $f(-8) = 3 \times (-8) = -24$.

On peut représenter ces calculs dans un tableau de valeurs, qui est un tableau de proportionnalité :

x	-8	5
$3x$	-24	15

À droite du tableau, il y a un grand crochet bleu qui englobe les deux lignes et le symbole $\times 3$.

Propriété

Toute situation de proportionnalité peut se traduire mathématiquement par une fonction linéaire dont le coefficient de la fonction est le coefficient de proportionnalité.

Exemple 1

Situation de proportionnalité	Tableau de proportionnalité	Fonction linéaire associée								
Le périmètre d'un carré est proportionnel à son côté. Le coefficient de proportionnalité est 4.	<table border="1"> <tr> <td>Longueur x du côté</td> <td>5</td> <td>3,5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Périmètre $p(x)$</td> <td>20</td> <td>14</td> <td>4</td> </tr> </table>	Longueur x du côté	5	3,5	1	Périmètre $p(x)$	20	14	4	Si p désigne la fonction linéaire associée, on note : $p : x \mapsto 4x$. L'image de x est $4x$.
Longueur x du côté	5	3,5	1							
Périmètre $p(x)$	20	14	4							

Exemple 2

	Expression algébrique	Tableau de proportionnalité	Fonction linéaire associée				
Prendre 5 % de x	$0,05x$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> </tr> </table>	x		$f(x)$		$f : x \mapsto 0,05x$
x							
$f(x)$							
Augmenter x de 5 %	$1,05x$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> </tr> </table>	x		$f(x)$		$f : x \mapsto 1,05x$
x							
$f(x)$							
Diminuer x de 5 %	$0,95x$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> </tr> </table>	x		$f(x)$		$f : x \mapsto 0,95x$
x							
$f(x)$							

2) Comment représenter graphiquement une fonction linéaire ?

Propriété

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

Cette propriété découle du fait qu'une fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité et en classe de 4ème, nous avons vu que toute situation de proportionnalité se représente graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère.

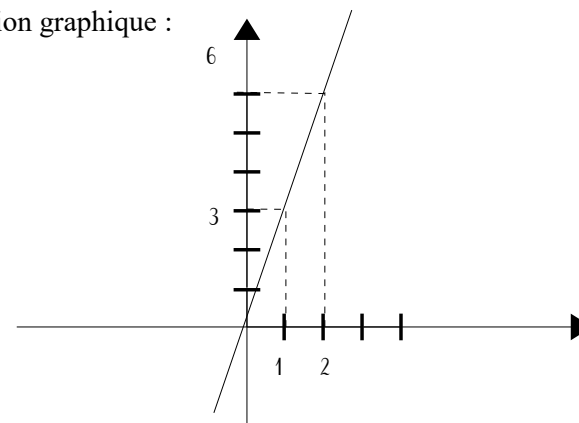
Exemples

1. Considérons la fonction linéaire $g : x \mapsto 3x$.

Avant de tracer la représentation graphique, faisons un tableau de valeurs.

x	0	1	2
$g(x)$	0	3	6

Voici la représentation graphique :



On dit que la représentation graphique de la fonction linéaire $g : x \mapsto 3x$ est la droite d'équation $y=3x$.

Le nombre 3 (coefficient de la fonction) est appelé le **coefficient directeur** de la droite. Il donne la direction de la droite.

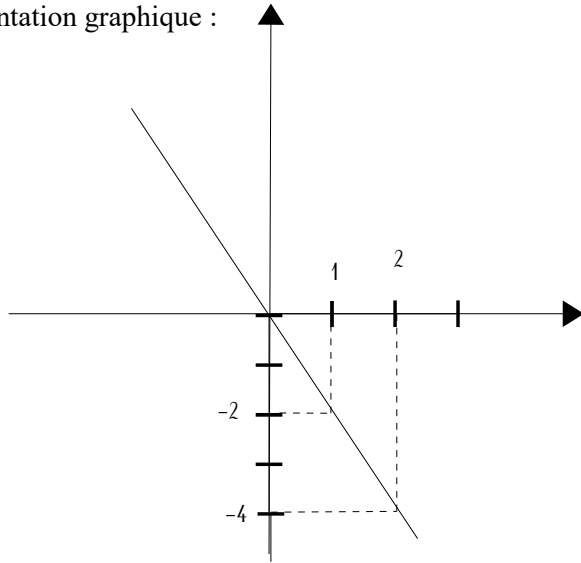
2. Considérons la fonction linéaire $h : x \mapsto -2x$.

Avant de tracer la représentation graphique, faisons un tableau de valeurs.

x	0	1	2
$h(x)$	0	-2	-4

× -2

Voici la représentation graphique :



On dit que la représentation graphique de la fonction linéaire $h : x \mapsto -2x$ est la droite d'équation $y = -2x$.

Le nombre -2 (coefficient de la fonction) est appelé le **coefficient directeur** de la droite. Il donne la direction de la droite.

Pour compléter, vous pouvez regarder la vidéo suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=bgySp9gT8kA>

Savoirs	Savoir-faire
Je dois savoir : - la définition d'une fonction linéaire - l'utilité d'une fonction linéaire (elle modélise une situation de proportionnalité)	Je dois savoir : - tracer une fonction linéaire.