Calcul littéral – Double distributivité (NC5)

Introduction

En Mathématiques, on utilise souvent des lettres :

- pour résoudre des problèmes en les traduisant par des équations.

- pour démontrer que des propriétés arithmétiques sont vraies.

Il est donc important de savoir calculer avec des lettres !

“ Le français Viète qui fut le premier à avoir créé un calcul avec des lettres en 1591 écrivait dans son livre sur l’algèbre que le but du calcul littéral est “ nullum non problèma solvere ” c’est à dire de résoudre tout problème.”

1) Comment réduire une expression ?

Réduire **Réduire une expression algébrique, c’est réduire le nombre de ses caractères.**

Les principales conventions et règles du calcul littéral ont été vues en 4ème. Nous allons les revoir au travers d'exemples.

Exemples

- $2 \times a = 2a$

  $a \times 3 = 3a$ **ATTENTION** : on n'écrit pas a3 !

  $a \times b = ab$

  $3x \times 2x = 6x^2$

  $-2y \times 4x = -8yx$

  $-5x \times (-3x) = 15x^2$

  $5x \times 2x \times 6x = 60x^3$

  $7x^2y \times 4xy = 28x^3y^2$

- $\left.\begin{aligned} 2a + 3a &= 2\times a + 3\times a \\ &= a \times (2+3) \end{aligned}\right\}$ On utilise la distributivité simple.

  $= a \times 5$

  $= 5a$

- $x + 2x + 8 + 5x - 6 + 3x = 11x + 2$

- $a^2 + 9 + 3a^2 - 12 = 4a^2 - 3$

- $x + (6 - 2x) = x + 6 - 2x$

  $= -x + 6$

Parenthèse précédée du signe +

$x - (6 - 2x) = x - 6 + 2x$

$= 3x - 6$

Parenthèse précédée du signe -

2) Comment développer une expression ?

Développer **C’est transformer un produit de facteurs en une somme ou une différence de termes.**

Pour développer, on utilise la **distributivité simple ou double**.

Distributivité simple

Pour tous nombres k, a et b : $\boxed{k(a+b) = ka + kb}$

Exemples

$3(x + 7) = 3x + 21$

$-5(2 + y) = -10 - 5y$

$4(3z - 5) = 12z - 20$

$-3(8t - 7) = -24t + 21$

Distributivité double

Pour tous nombres a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

On distribue b.

On distribue a.

Exemples

- $(a + 7)(a + 3) = a^2 + 3a + 7a + 21$
  $= a^2 + 10a + 21$

- $(b - 5)(2 + b) = 2b + b^2 - 10 - 5b$
  $= b^2 - 3b - 10$

- $(3t - 5)(8t - 7) = 24t^2 - 21t - 40t + 35$
  $= 24t^2 - 61t + 35$

Remarque

Lorsqu'on transforme une somme ou une différence de termes en un produit de facteurs, on dit qu'on **factorise**.

Exemples

- Développer

  $$\mathbf{3} \times 11{,}5 + \mathbf{3} \times 88{,}5 = \mathbf{3} \times (11{,}5 + 88{,}5)$$

  Factoriser

  3 est le facteur commun.

- $\mathbf{6}x + \mathbf{6}y = \mathbf{6}(x + y)$

- $3xy + 6x = \boldsymbol{3x}y + \boldsymbol{3x} \times 2$ (on fait apparaître le facteur commun)
  $= \boldsymbol{3x}\,(y + 2)$

- $x\,\mathbf{(}\boldsymbol{x}\mathbf{ + 1)} + 2\,\mathbf{(}\boldsymbol{x}\mathbf{ + 1)} = \mathbf{(}\boldsymbol{x}\mathbf{ + 1)}(x + 2)$

Toutes ces expressions ont été factorisées rapidement car il y avait un **facteur commun**.

3) Qu'est-ce qu'une identité remarquable ?

En Mathématiques, on appelle **identités remarquables** certaines égalités que l'on rencontre souvent. Elles servent en général à accélérer les calculs, à simplifier certaines écritures, à factoriser ou à développer des expressions .

En 3ème, nous allons étudier une première identité remarquable.

On considère a et b deux nombres.

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

développer →

← *factoriser*

Démonstration

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ba-b^2$$

$$= \quad a^2-b^2$$

On utilise la double distributivité.

Application 1
Cette identité remarquable permet de développer ou de factoriser rapidement certaines expressions.

Développer C(x) = (x – 3)(x + 3)

C(x) = (x – 3)(x + 3)
C(x) = x^2 - 3^2
C(x) = x^2 - 9

Factoriser D(x) = 4x^2 - 25

D(x) = 4x^2 - 25
D(x) = (2x)^2 - 5^2
C(x) = (2x – 5)(2x + 5)

Application 2
Cette identité remarquable permettent d'effectuer rapidement certains calculs.

Exemples

99×101 = (100 - 1) × (100 + 1)
= 100^2-1^2
= 10 000 – 1
= 9 999

$98^2-97^2 = (98-97)\times(98+97)$
= 1×195
= 195

Remarque En seconde, vous étudierez deux autres identités remarquables.

Si a et b deux nombres alors :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

développer →

← *factoriser*

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

développer →

← *factoriser*

Pour compléter la leçon, vous pouvez regarder les vidéos suivantes :

Développer avec la double distributivité :
https://www.youtube.com/watch?v=YS-3JI_z2f0

Factoriser avec un facteur commun :
https://www.youtube.com/watch?v=r3AzqvgLcI8

Factoriser avec l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$:
https://www.youtube.com/watch?v=VWKNW4aLeG8

https://www.youtube.com/watch?v=91ZSBiadxrA

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
Je dois savoir : **- l'identité remarquable :** **$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$**	**Je dois savoir :** **- réduire une expression littérale** **- développer et factoriser une expression littérale.**