

## Calcul littéral – Double distributivité (NC5)

### Introduction

En Mathématiques, on utilise souvent des lettres :

- pour résoudre des problèmes en les traduisant par des équations.
- pour démontrer que des propriétés arithmétiques sont vraies.

Il est donc important de savoir calculer avec des lettres !

“ Le français Viète qui fut le premier à avoir créé un calcul avec des lettres en 1591 écrivait dans son livre sur l’algèbre que le but du calcul littéral est “ nullum non problèma solvere ” c’est à dire de résoudre tout problème.”

### 1) Comment réduire une expression ?

**Réduire** Réduire une expression algébrique, c’est réduire le nombre de ses caractères.

Les principales conventions et règles du calcul littéral ont été vues en 4ème. Nous allons les revoir au travers d'exemples.

### Exemples

- $2 \times a = 2a$
- $a \times 3 = 3a$  **ATTENTION** : on n'écrit pas  $a3$  !
- $a \times b = ab$
- $3x \times 2x = 6x^2$
- $-2y \times 4x = -8yx$
- $-5x \times (-3x) = 15x^2$
- $5x \times 2x \times 6x = 60x^3$
- $7x^2y \times 4xy = 28x^3y^2$

$$\begin{aligned} \bullet \quad 2a + 3a &= 2 \times a + 3 \times a \\ &= a \times (2 + 3) \\ &= a \times 5 \\ &= 5a \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \bullet \quad 2a + 3a &= 2 \times a + 3 \times a \\ &= a \times (2 + 3) \\ &= a \times 5 \\ &= 5a \end{aligned}} \right\} \text{On utilise la distributivité simple.}$$

$$\bullet \quad x + 2x + 8 + 5x - 6 + 3x = 11x + 2$$

$$\bullet \quad a^2 + 9 + 3a^2 - 12 = 4a^2 - 3$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad x + (6 - 2x) &= x + 6 - 2x \\ &= -x + 6 \end{aligned}$$

Parenthèse précédée du signe +

$$\begin{aligned} x - (6 - 2x) &= x - 6 + 2x \\ &= 3x - 6 \end{aligned}$$

Parenthèse précédée du signe -

### 2) Comment développer une expression ?

**Développer** C’est transformer un produit de facteurs en une somme ou une différence de termes.

Pour développer, on utilise la **distributivité simple ou double**.

### Distributivité simple

Pour tous nombres  $k$ ,  $a$  et  $b$  :

$$k(a + b) = ka + kb$$

### Exemples

$$3(x + 7) = 3x + 21$$

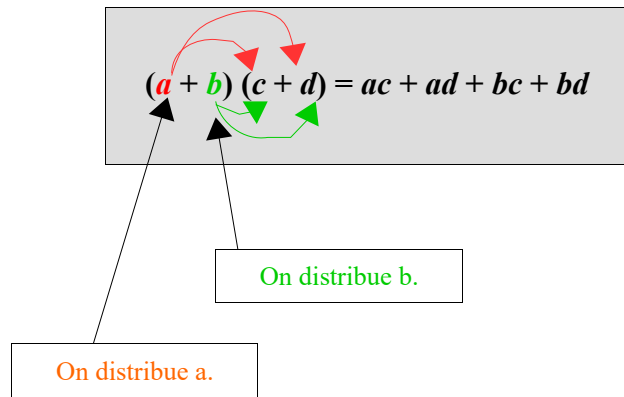
$$-5(2 + y) = -10 - 5y$$

$$4(3z - 5) = 12z - 20$$

$$-3(8t - 7) = -24t + 21$$

## Distributivité double

Pour tous nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  :



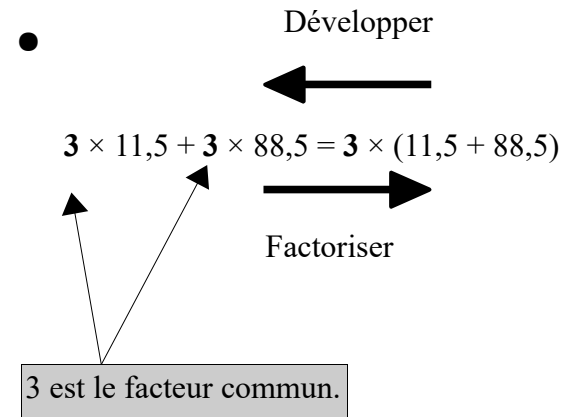
## Exemples

- $(a + 7)(a + 3) = a^2 + 3a + 7a + 21$   
 $= a^2 + 10a + 21$
- $(b - 5)(2 + b) = 2b + b^2 - 10 - 5b$   
 $= b^2 - 3b - 10$
- $(3t - 5)(8t - 7) = 24t^2 - 21t - 40t + 35$   
 $= 24t^2 - 61t + 35$

## Remarque

Lorsqu'on transforme une somme ou une différence de termes en un produit de facteurs, on dit qu'on **factorise**.

## Exemples



- $6x + 6y = 6(x + y)$
- $3xy + 6x = 3xy + 3x \times 2$  (on fait apparaître le facteur commun)  
 $= 3x(y + 2)$
- $x(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x + 2)$

Toutes ces expressions ont été factorisées rapidement car il y avait un **facteur commun**.

## 3) Qu'est-ce qu'une identité remarquable ?

En Mathématiques, on appelle **identités remarquables** certaines égalités que l'on rencontre souvent. Elles servent en général à accélérer les calculs, à simplifier certaines écritures, à factoriser ou à développer des expressions .

En 3ème, nous allons étudier une première identité remarquable.

On considère  $a$  et  $b$  deux nombres.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$   
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

### Démonstration

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$$

$$= a^2 - b^2$$

On utilise la double distributivité.

### Application 1

Cette identité remarquable permet de développer ou de factoriser rapidement certaines expressions.

Développer  $C(x) = (x-3)(x+3)$

$$C(x) = (x-3)(x+3)$$

$$C(x) = x^2 - 3^2$$

$$C(x) = x^2 - 9$$

Factoriser  $D(x) = 4x^2 - 25$

$$D(x) = 4x^2 - 25$$

$$D(x) = (2x)^2 - 5^2$$

$$C(x) = (2x-5)(2x+5)$$

### Application 2

Cette identité remarquable permettent d'effectuer rapidement certains calculs.

### Exemples

$$99 \times 101 = (100-1) \times (100+1)$$

$$= 100^2 - 1^2$$

$$= 10\,000 - 1$$

$$= 9\,999$$

$$98^2 - 97^2 = (98-97) \times (98+97)$$

$$= 1 \times 195$$

$$= 195$$

**Remarque** En seconde, vous étudierez deux autres identités remarquables.

Si  $a$  et  $b$  deux nombres alors :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$   
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$   
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

Pour compléter la leçon, vous pouvez regarder les vidéos suivantes :

Développer avec la double distributivité :

[https://www.youtube.com/watch?v=YS-3JI\\_z2f0](https://www.youtube.com/watch?v=YS-3JI_z2f0)

Factoriser avec un facteur commun :

<https://www.youtube.com/watch?v=r3AzqvgLcI8>

Factoriser avec l'identité remarquable  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  :

<https://www.youtube.com/watch?v=VWKNW4aLeG8>

<https://www.youtube.com/watch?v=91ZSBIadxrA>

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
<p><b>Je dois savoir :</b></p> <p>- l'identité remarquable :</p> $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	<p><b>Je dois savoir :</b></p> <p>- réduire une expression littérale</p> <p>- développer et factoriser une expression littérale.</p>