

Complément : Identités remarquables (NC6)

En Mathématiques, on appelle identités remarquables certaines égalités. Elles permettent de faciliter certains calculs, de simplifier certaines expressions, de factoriser ou de développer des certaines expressions.

1) Quelles sont les identités remarquables de degré 2 ?

Première identité remarquable

On considère a et b deux nombres.

Carré de la somme :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

Démonstration

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

On utilise la double distributivité.

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Deuxième identité remarquable

On considère a et b deux nombres.

Carré de la différence :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

Démonstration

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

On utilise la double distributivité.

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

Troisième identité remarquable

On considère a et b deux nombres.

Produit de la somme et de la différence :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

Démonstration

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$$

On utilise la double distributivité.

$$= a^2 - b^2$$

2) A quoi servent les identités remarquables ?

Application 1

Les identités remarquables permettent de développer rapidement certaines expressions.

Exemples

$$A(x) = (x+5)^2$$

$$A(x) = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$A(x) = x^2 + 10x + 25$$

$$B(x) = (2x-3)^2$$

$$B(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$B(x) = 4x^2 - 12x + 9$$

On écrit $A(x)$ car l'expression A dépend de x !

$$C(x) = (x - 3)(x + 3)$$

$$C(x) = x^2 - 3^2$$

$$C(x) = x^2 - 9$$

$$D(x) = \left(7x + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$D(x) = (7x)^2 + 2 \times 7x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$D(x) = 49x^2 + \frac{14}{3}x + \frac{1}{9}$$

$$E(x) = \left(7x + \frac{1}{3}\right)\left(7x - \frac{1}{3}\right)$$

$$E(x) = (7x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$E(x) = 49x^2 - \frac{1}{9}$$

Application 2

Les identités remarquables permettent d'effectuer rapidement certains calculs.

Exemples

$$101^2 = (100 + 1)^2$$

$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$= 10\,000 + 200 + 1$$

$$= 10\,201$$

$$99^2 = (100 - 1)^2$$

$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$= 10\,000 - 200 + 1$$

$$= 9\,801$$

$$99 \times 101 = (100 - 1) \times (100 + 1)$$

$$= 100^2 - 1^2$$

$$= 10\,000 - 1$$

$$= 9\,999$$

$$98^2 - 97^2 = (98 - 97) \times (98 + 97)$$

$$= 1 \times 195$$

$$= 195$$

Application 3

Les identités remarquables permettent de factoriser certaines expressions où il n'y a pas de **facteur commun**.

Exemples

$$A(x) = x^2 + 6x + 9$$

$$A(x) = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$A(x) = (x + 3)^2$$

$$D(x) = 4x^2 + 32x + 64$$

$$D(x) = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 8 + 8^2$$

$$D(x) = (2x + 8)^2$$

$$B(x) = 4x^2 - 12x + 9$$

$$B(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$B(x) = (2x - 3)^2$$

$$E(y) = 16y^2 - 49$$

$$E(y) = (4y)^2 - 7^2$$

$$E(y) = (4y - 7)(4y + 7)$$

$$C(x) = x^2 - 25$$

$$C(x) = x^2 - 5^2$$

$$C(x) = (x - 25)(x + 25)$$

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
<p>Je dois savoir : - les trois identités remarquables</p>	<p>Je dois savoir : - utiliser les identités remarquables pour développer, factoriser ou calculer rapidement certaines expressions.</p>

Pour compléter la leçon, vous pouvez regarder les vidéos suivantes :

Identités remarquables :

<https://www.youtube.com/watch?v=A8U1QVW7RaU>

Développer avec les identités remarquables :

<https://www.youtube.com/watch?v=6j0oMQlaBYg>

Factoriser avec les identités remarquables :

<https://www.youtube.com/watch?v=nLRRUMRyfZg>