

## Complément : Identités remarquables (NC6)

En Mathématiques, on appelle identités remarquables certaines égalités. Elles permettent de faciliter certains calculs, de simplifier certaines expressions, de factoriser ou de développer des certaines expressions.

### 1) Quelles sont les identités remarquables de degré 2 ?

#### Première identité remarquable

On considère  $a$  et  $b$  deux nombres.

**Carré de la somme :**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$   
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

#### Démonstration

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

On utilise la double distributivité.

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

#### Deuxième identité remarquable

On considère  $a$  et  $b$  deux nombres.

**Carré de la différence :**

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$   
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

#### Démonstration

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

On utilise la double distributivité.

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

#### Troisième identité remarquable

On considère  $a$  et  $b$  deux nombres.

**Produit de la somme et de la différence :**

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$   
 $\xleftarrow{\text{factoriser}}$

#### Démonstration

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$$

On utilise la double distributivité.

$$= a^2 - b^2$$

### 2) A quoi servent les identités remarquables ?

#### Application 1

Les identités remarquables permettent de développer rapidement certaines expressions.

#### Exemples

$$A(x) = (x+5)^2$$

$$A(x) = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$A(x) = x^2 + 10x + 25$$

$$B(x) = (2x-3)^2$$

$$B(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$B(x) = 4x^2 - 12x + 9$$

On écrit  $A(x)$  car l'expression  $A$  dépend de  $x$  !

$$C(x) = (x - 3)(x + 3)$$

$$C(x) = x^2 - 3^2$$

$$C(x) = x^2 - 9$$

$$D(x) = \left(7x + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$D(x) = (7x)^2 + 2 \times 7x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$D(x) = 49x^2 + \frac{14}{3}x + \frac{1}{9}$$

$$E(x) = \left(7x + \frac{1}{3}\right)\left(7x - \frac{1}{3}\right)$$

$$E(x) = (7x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$E(x) = 49x^2 - \frac{1}{9}$$

### Application 2

Les identités remarquables permettent d'effectuer rapidement certains calculs.

#### Exemples

$$101^2 = (100 + 1)^2$$

$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$= 10\,000 + 200 + 1$$

$$= 10\,201$$

$$99^2 = (100 - 1)^2$$

$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$= 10\,000 - 200 + 1$$

$$= 9\,801$$

$$99 \times 101 = (100 - 1) \times (100 + 1)$$

$$= 100^2 - 1^2$$

$$= 10\,000 - 1$$

$$= 9\,999$$

$$98^2 - 97^2 = (98 - 97) \times (98 + 97)$$

$$= 1 \times 195$$

$$= 195$$

### Application 3

Les identités remarquables permettent de factoriser certaines expressions où il n'y a pas de **facteur commun**.

#### Exemples

$$A(x) = x^2 + 6x + 9$$

$$A(x) = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$A(x) = (x + 3)^2$$

$$D(x) = 4x^2 + 32x + 64$$

$$D(x) = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 8 + 8^2$$

$$D(x) = (2x + 8)^2$$

$$B(x) = 4x^2 - 12x + 9$$

$$B(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$B(x) = (2x - 3)^2$$

$$E(y) = 16y^2 - 49$$

$$E(y) = (4y)^2 - 7^2$$

$$E(y) = (4y - 7)(4y + 7)$$

$$C(x) = x^2 - 25$$

$$C(x) = x^2 - 5^2$$

$$C(x) = (x - 25)(x + 25)$$

<b>SAVOIRS</b>	<b>SAVOIR-FAIRE</b>
<p><b>Je dois savoir :</b> - les trois identités remarquables</p>	<p><b>Je dois savoir :</b> - utiliser les identités remarquables pour développer, factoriser ou calculer rapidement certaines expressions.</p>

**Pour compléter la leçon, vous pouvez regarder les vidéos suivantes :**

Identités remarquables :

<https://www.youtube.com/watch?v=A8U1QVW7RaU>

Développer avec les identités remarquables :

<https://www.youtube.com/watch?v=6j0oMQlaBYg>

Factoriser avec les identités remarquables :

<https://www.youtube.com/watch?v=nLRRUMRyfZg>