

Résolution d'équations du premier degré à une inconnue (NC7)

Une équation est une égalité dont on ne sait pas si elle est vraie ou fausse, qui contient une ou plusieurs lettres appelées inconnues.

Les équations sont un outil puissant permettant de résoudre de nombreux problèmes grâce à la mise en équation du problème.

Dans cette leçon, nous allons revoir (rappel de 4ème) rapidement comment résoudre des équations du premier degré à une inconnue au travers de différents exemples.

Propriété

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, on peut :

- additionner ou soustraire le même nombre aux deux membres de l'équation
- multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul.

Exemple 1

Au triple d'un nombre, on retranche 5 et on trouve 9. Quel est ce nombre ?

On appelle x le nombre cherché.

Grâce à l'énoncé, on a l'équation : $3x - 5 = 9$

$$3x - 5 = 9$$

$$3x - 5 + 5 = 9 + 5$$

$$3x = 14$$

$$x = \frac{14}{3}$$

Le nombre cherché est $\frac{14}{3}$.

Exemple 2 Résoudre l'équation $2x + 5 = 10x - 7$

$$2x + 5 = 10x - 7$$

$$2x + 5 - 2x = 10x - 7 - 2x$$

$$5 = -7 + 8x$$

$$5 + 7 = -7 + 8x + 7$$

$$12 = 8x$$

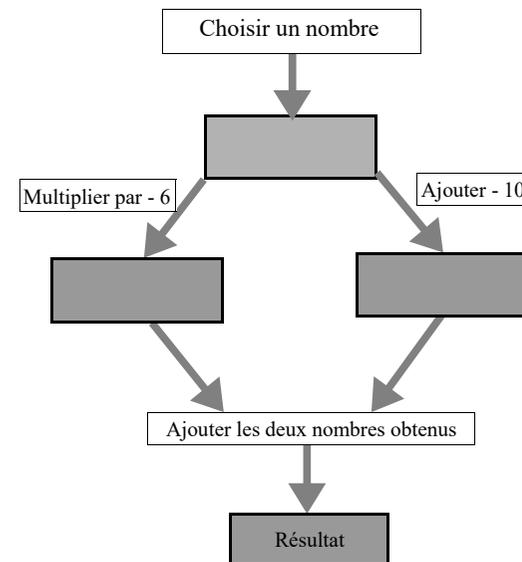
$$12 : 8 = 8x : 8$$

$$\frac{12}{8} = x$$

$$\frac{3}{2} = x$$

D'où la solution de l'équation est $\frac{3}{2}$.

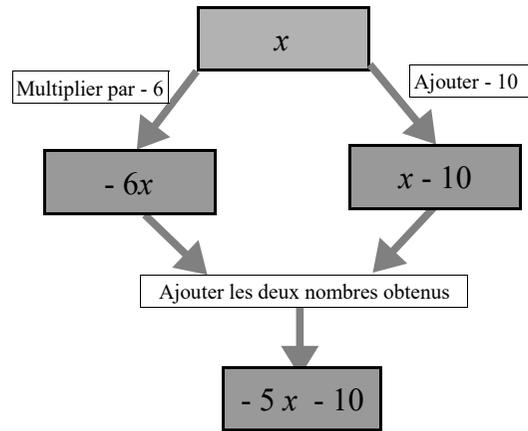
Exemple 3 Voici un programme de calcul.



Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat soit égal à 3 ?

Traduisons le programme de calcul à l'aide d'une expression littérale.

On appelle x le nombre de départ.



Le résultat doit être égal à 3. On doit donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
 -5x - 10 &= 3 \\
 -5x - 10 + 10 &= 3 + 10 \\
 -5x &= 13 \\
 x &= -\frac{13}{5}
 \end{aligned}$$

On doit donc choisir - $\frac{13}{5}$ pour que le résultat soit égal à 3.

Exemple 4

Quand on exécute le script ci-dessous, le lutin affiche 7.



Quel(s) nombre(s) a été saisi par l'utilisateur ?

On appelle x le nombre choisi par l'utilisateur.

Comme le lutin affiche 7 on a l'équation : $\frac{6x+10}{2}=7$.

$$\begin{aligned}
 2 \times \frac{6x+10}{2} &= 2 \times 7 \\
 6x + 10 &= 14 \\
 6x + 10 - 10 &= 14 - 10 \\
 6x &= 4 \\
 x &= \frac{4}{6} \\
 x &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Le nombre saisi par l'utilisateur est $\frac{2}{3}$.

Exemple 5 Pour aller plus loin

On considère deux modèles de voiture. Le réservoir d'essence du modèle A a une contenance de 6 litres de plus que la contenance du réservoir du modèle B. On fait le plein d'essence pour les deux véhicules.

Puis, lors d'un trajet on utilise les trois quarts du réservoir pour le modèle A et 40 litres pour le modèle B.

Sachant qu'à l'issue du trajet il reste alors 5 litres d'essence de plus pour le modèle B que pour le modèle A, **quelle est la contenance du réservoir de chaque modèle ?**

On appelle x la contenance du réservoir B.

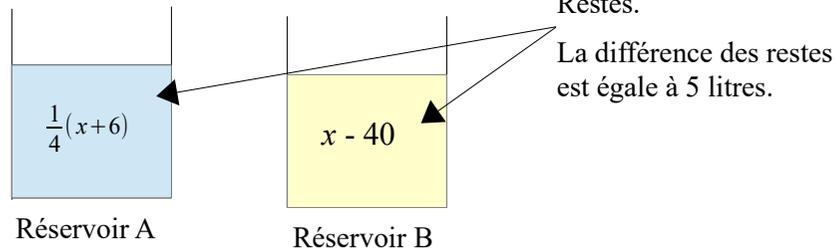
La contenance du réservoir A est donc $x + 6$. Comme on utilise les trois quarts du réservoir A pendant le trajet alors il reste le quart du réservoir A soit

$$\frac{1}{4}(x+6) .$$

Comme on utilise 40 litres du réservoir B pendant le trajet alors il reste $x - 40$ dans le réservoir B.

Enfin comme il reste 5 litres d'essence de plus pour le modèle B que le modèle A alors on a l'équation :

$$x - 40 - \frac{1}{4}(x+6) = 5$$



$$x - 40 - \frac{1}{4}(x+6) = 5$$

$$x - 40 - \frac{1}{4}x - \frac{6}{4} = 5$$

$$x - 40 - 0,25x - 1,5 = 5$$

$$0,75x - 41,5 = 5$$

$$0,75x - 41,5 + 41,5 = 5 + 41,5$$

$$0,75x = 46,5$$

$$x = \frac{46,5}{0,75}$$

$$x = 62$$

Le réservoir B contient 62 litres et le réservoir A contient $62 + 6 = 68$ litres.

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
	<p>Je dois savoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> - résoudre une équation du premier degré à une inconnue. - résoudre un problème à l'aide d'une équation.