

Exercices dirigés – Complément : Identités remarquables (NC6)

Exercice 1 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 17 page 62

Calcul mental

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice et en effectuant toutes les étapes intermédiaires mentalement.

1. Calculer 39^2 en développant $(40 - 1)^2$.

2. Calculer de la même façon :

a. 99^2

b. 29^2

c. 195^2

Exercice 2 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 18 page 62

Calcul mental

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice et en effectuant toutes les étapes intermédiaires mentalement.

1. Calculer 42^2 en développant $(40 + 2)^2$.

2. Calculer de la même façon :

a. 103^2

b. 31^2

c. 24^2

Exercice 3 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 19 page 62

Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 16$

b. $(\dots - 5)^2 = 100x^2 - \dots + \dots$

c. $(2x + \dots)^2 = \dots + 12x + \dots$

d. $(x - \dots)(x + \dots) = \dots - 16$

e. $(\dots + 1)(\dots - 1) = 49x^2 - \dots$

Exercice 4 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 21 page 62

Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

a. $(x + 6)^2$

b. $(x - 3)^2$

c. $(4 + 8x)^2$

d. $(6 - 2x)^2$

e. $(5 + 9x)(5 - 9x)$

f. $(7 + 4x)(-4x + 7)$

Exercice 5 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 22 page 62

Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

a. $25 - x^2$

b. $x^2 + 2x + 1$

c. $49x^2 - 100$

d. $4x^2 - 12x + 9$

e. $16x^2 - 16$

f. $64 - 48x + 9x^2$

Exercice 6 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 67 page 67

1. Calculer :

a. $7^2 - 5^2$ b. $55^2 - 53^2$ c. $19^2 - 17^2$ d. $11^2 - 9^2$

2.



La différence des carrés de deux nombres impairs consécutifs est un multiple de 8.

Vrai ou faux ? Donner une preuve.

Exercice 7 Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 68 page 67

Prouver que, si on choisit le même nombre de départ, on obtient le même résultat final avec ces deux programmes.

Programme A

- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Mettre au carré
- Soustraire le carré du nombre de départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Multiplier par 2
- Ajouter 1

Correction ... à regarder une fois que vous avez cherché

Exercice 1

1. $39^2 = (40 - 1)^2$

$$= 40^2 - 2 \times 40 \times 1 + 1^2$$

$$= 1\ 600 - 80 + 1$$

$$= \mathbf{1\ 521}$$

2. a. $99^2 = (100 - 1)^2$

$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$= 10\ 000 - 200 + 1$$

$$= \mathbf{9\ 801}$$

b. $29^2 = (30 - 1)^2$

$$= 30^2 - 2 \times 30 \times 1 + 1^2$$

$$= 900 - 60 + 1$$

$$= \mathbf{841}$$

c. $195^2 = (200 - 5)^2$

$$= 200^2 - 2 \times 200 \times 5 + 5^2$$

$$= 40\ 000 - 2\ 000 + 25$$

$$= \mathbf{38\ 025}$$

Exercice 2

1. $42^2 = (40 + 2)^2$

$$= 40^2 + 2 \times 40 \times 2 + 2^2$$

$$= 1\ 600 + 160 + 4$$

$$= \mathbf{1\ 764}$$

2. a. $103^2 = (100 + 3)^2$

$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$$

$$= 10\ 000 + 600 + 9$$

$$= \mathbf{10\ 609}$$

b. $31^2 = (30 + 1)^2$

$$= 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2$$

$$= 900 + 60 + 1$$

$$= \mathbf{961}$$

c. $24^2 = (20 + 4)^2$

$$= 20^2 + 2 \times 20 \times 4 + 4^2$$

$$= 400 + 160 + 16$$

$$= \mathbf{576}$$

Exercice 3

a. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

b. $(10x - 5)^2 = 100x^2 - 100x + 25$

c. $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

d. $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$

e. $(7x + 1)(7x - 1) = 49x^2 - 1$

Exercice 4

a. $(x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$

$$= x^2 + 12x + 36$$

b. $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$

$$= x^2 - 6x + 9$$

c. $(4 + 8x)^2 = 4^2 + 2 \times 4 \times 8x + (8x)^2$

$$= 16 + 64x + 64x^2$$

d. $(6 - 2x)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times 2x + (2x)^2$

$$= 36 - 24x + 4x^2$$

e. $(5 + 9x)(5 - 9x) = 5^2 - (9x)^2$

$$= 25 - 81x^2$$

f. $(7 + 4x)(-4x + 7) = (7 + 4x)(7 - 4x)$

$$= 49 - 16x^2$$

Exercice 5

a. $25 - x^2 = 5^2 - x^2$

$$= (5 - x)(5 + x)$$

b. $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$

$$= (x + 1)^2$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 49x^2 - 100 &= (7x)^2 - 10^2 \\ &= (7x - 10)(7x + 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } 4x^2 - 12x + 9 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \\ &= (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } 16x^2 - 16 &= (4x)^2 - 4^2 \\ &= (4x - 4)(4x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } 64 - 48x + 9x^2 &= 8^2 - 2 \times 8 \times 3x + (3x)^2 \\ &= (8 - 3x)^2 \end{aligned}$$

Exercice 6

1. a. $7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

b. $55^2 - 53^2 = (55 - 53) \times (55 + 53) = 2 \times 108 = 216$

c. $19^2 - 17^2 = (19 - 17) \times (19 + 17) = 2 \times 36 = 72$

d. $11^2 - 9^2 = 121 - 81 = 40$

2. Comme $24 = 8 \times 3$, $216 = 8 \times 27$, $72 = 8 \times 9$ et $40 = 8 \times 5$ alors pour les quatre exemples précédents la propriété est vraie.

Démontrons qu'elle est vraie dans le cas général.

On appelle $2x + 1$ un nombre impair quelconque. Le nombre impair consécutif à $2x + 1$ est $2x + 3$.

Calculons $(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2$

$$\begin{aligned} (2x + 3)^2 - (2x + 1)^2 &= \underbrace{(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2}_{4x^2 + 12x + 9} - \left(\underbrace{(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2}_{(4x^2 + 4x + 1)} \right) \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 + 4x + 1) \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1 \\ &= 8x + 8 \\ &= 8(x + 1) \end{aligned}$$

Donc $(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2$ est un multiple de 8.

Ainsi la propriété est vraie !

Exercice 7

On appelle x un nombre quelconque.

Effectuons les deux programmes avec le nombre x .

Programme A

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 - x^2 &= x^2 + 2x + 1 - x^2 \\ &= 2x + 1 \end{aligned}$$

Programme B

$$2x + 1$$

Ainsi on obtient le même résultat final avec les deux programmes.