

## Exercices dirigés – Arithmétique (NC3)

### Exercice 1

Voici quatre affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse. On rappelle que la réponse doit être justifiée .

- 1) La décomposition en produit de facteurs premiers de 140 est  $2 \times 7 \times 10$ .
- 2) Tous les nombres impairs sont des nombres premiers.
- 3) On considère le nombre  $a = 3^4 \times 7$ .  
Le nombre  $b = 2 \times 3^5 \times 7^2$  est un multiple du nombre  $a$ .
- 4) Quel que soit l'entier naturel  $n$ , le nombre  $n^2 - n + 11$  a exactement 2 diviseurs.

**Exercice 2** Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 19 page 43

On a 12 croissants et 18 pains au chocolat que l'on veut répartir dans des corbeilles ayant toutes le même contenu. Combien faut-il prévoir de corbeilles ? (Chercher toutes les possibilités.)



**Exercice 3** Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 35 page 44

### Vu au brevet

Écrire la fraction  $\frac{84}{126}$  sous forme irréductible en détaillant tous les calculs.

### Exercice 4

Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible .

- a) Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.
- b) Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

### Exercice 5

Un correcteur comprend un engrenage de 2 roues, une de 15 dents et une autre de 35 dents.

Quel nombre entier de tours doit effectuer au minimum la petite roue pour que la grande roue ait tournée aussi d'un nombre entier de tours ?



**Exercice 6** Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 78 page 49

Ludovic dirige un grand terrain de camping de forme triangulaire dont les dimensions sont 518 m, 448 m et 350 m.

Pour le protéger du vent et du soleil, Ludovic envisage de planter des arbres, régulièrement espacés, le long des côtés, avec un arbre à chaque sommet du triangle. Il décide que la distance qui séparera deux arbres consécutifs doit être un nombre entier de mètres.

1. Quel est le nombre minimum d'arbres qu'il faut acheter ?
2. Sachant qu'un arbre coûte 54 €, quel sera le coût de cet investissement ?

**Exercice 7** Cet exercice est extrait du livre Myriade 3ème – exercice 90 page 51



Trouve le plus petit nombre de 15 chiffres (qui ne commence pas par 0), divisible par 15 et dont la somme des chiffres est 15.

## Correction ... à regarder une fois que vous avez cherché

### Exercice 1

1) L'affirmation 1 est fausse car 10 n'est pas un nombre premier.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 140 est  $2^2 \times 5 \times 7$ .

#### Rappel

Décomposition en facteurs premiers avec la fx-92

Saisir 140

Valider à l'aide de la touche **EXE**.

Appuyer sur les touches **SECONDE** **F** soit **DÉCOMP** pour obtenir la décomposition en facteurs premiers.

2) L'affirmation 2 est fausse.

Contre-exemple : 9 est un nombre impair et 9 n'est pas un nombre premier (il est divisible par 3).

3) L'affirmation 3 est vraie.

$$b = 2 \times 3^5 \times 7^2$$

$$b = 2 \times 3 \times 7 \times 3^4 \times 7$$

$$b = 2 \times 3 \times 7 \times a$$

$b = 42 \times a$ . Donc  $b$  est un multiple de  $a$ .

4) L'affirmation 4 est fausse.

Contre-exemple : Si  $n = 11$  alors  $n^2 - n + 11 = 11^2 - 11 + 11 = 11^2 = 121$  et 121 possède trois diviseurs : 1, 11 et 121.

### Exercice 2

Le nombre de corbeilles qu'on peut prévoir est un diviseur commun à 12 et 18.

Cherchons les diviseurs communs à 12 et 18. Pour cela, utilisons les décompositions en facteurs premiers de 12 et 18 :

$$12 = 2^2 \times 3 \quad \text{et} \quad 18 = 2 \times 3^2.$$

Ainsi les diviseurs communs à 12 et 18 sont : 1 ; 2 ; 3 et 6.

Donc on peut prévoir :

- 1 corbeille avec 12 croissants et 18 pains au chocolat

- 2 corbeilles avec 6 croissants et 9 pains au chocolat (  $12 = 2 \times 6$  et  $18 = 2 \times 9$  )

- 3 corbeilles avec 4 croissants et 6 pains au chocolat (  $12 = 3 \times 4$  et  $18 = 3 \times 6$  )

- 6 corbeilles avec 2 croissants et 3 pains au chocolat (  $12 = 6 \times 2$  et  $18 = 6 \times 3$  )

### Exercice 3

Sans calculatrice, décomposons en facteurs premiers 84 et 126 :

$$84 = 2 \times 42$$

$$= 2 \times 2 \times 21$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$126 = 2 \times 63$$

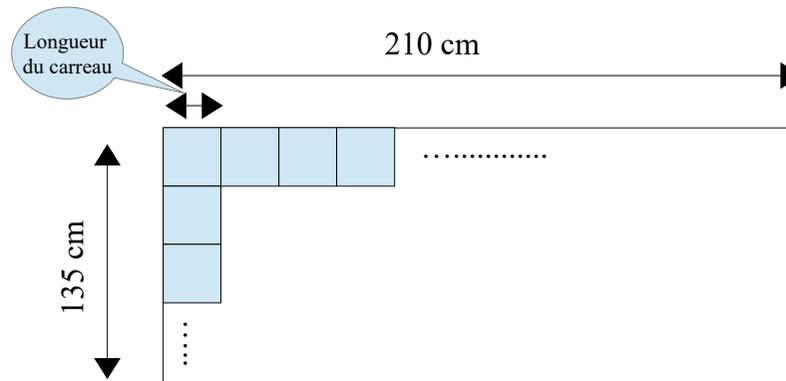
$$= 2 \times 3 \times 21$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$\text{Donc : } \frac{84}{126} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

### Exercice 4

#### Schéma



a) On veut que le carreau soit un carré de longueur de côté la plus grande possible. Cette longueur est donc égale au plus grand commun diviseur de 210 et 135.

Cherchons les diviseurs communs à 210 et 135. Pour cela, utilisons les décompositions en facteurs premiers de 210 et 135 :

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ et } 135 = 3^3 \times 5.$$

Ainsi les diviseurs communs à 210 et 135 sont : 1 ; 3 ; 5 et 15.

Donc le plus grand commun diviseur à 210 et 135 est 15.

**La longueur du carreau est donc 15 cm.**

b) Comme  $\frac{210}{15} = 14$  alors il faut 14 carreaux dans la longueur, et comme

$\frac{135}{15} = 9$  alors il faut 9 carreaux dans la largeur.

**Ainsi on aura besoin de  $14 \times 9 = 126$  carreaux.**

### Exercice 5

On a un engrenage donc les deux roues tournent du même nombre de dents.

Pour que l'engrenage soit dans la même position, il faut que chaque roue ait fait un nombre entier de tours, donc la petite roue tourne d'un multiple de 15 et la grande roue d'un multiple de 35.

On cherche donc le plus petit commun multiple de 15 et 35.

$$\left. \begin{array}{l} 15 = 3 \times 5 \\ 35 = 7 \times 5 \end{array} \right\} \text{PPCM}(15 ; 35) = 3 \times 5 \times 7 = 105$$

$$105 = 7 \times 15 ; 105 = 3 \times 35$$

Donc la petite roue doit effectuer **7 tours** pour que la grande roue effectue aussi un nombre entier de tours. La grande roue effectue alors **3 tours**.

### Exercice 6

1. Comme il veut acheter un minimum d'arbres alors la distance séparant deux arbres doit être maximale et donc cette distance est égale au plus grand commun diviseur de 350, 448 et 518.

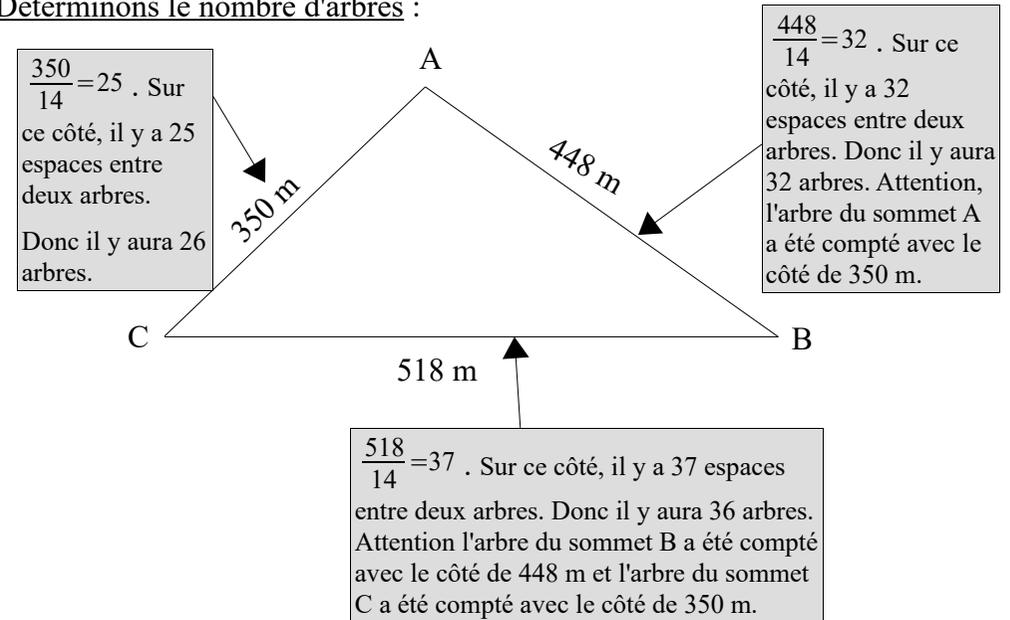
Cherchons les diviseurs communs à 350, 448 et 518. Pour cela, utilisons les décompositions en facteurs premiers de 350, 448 et 518 :

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7, 448 = 2^6 \times 7 \text{ et } 518 = 2 \times 7 \times 37.$$

Ainsi les diviseurs communs à 350, 448 et 518 sont : 1, 2, 7 et 14.

Donc le plus grand commun diviseur à 350, 448 et 518 est 14.

Déterminons le nombre d'arbres :



**Il y a donc  $26 + 32 + 36 = 94$  arbres.**

2. Le coût de l'investissement sera de :  $94 \times 54 = 5076$  €.

### Exercice 7

Comme le nombre est divisible par 15 alors il est divisible par 3 et 5.

Si la somme de ses chiffres est 15 alors il est divisible par 3.

Un nombre divisible par 5 a pour chiffre des unités 0 ou 5. Comme il ne commence pas par 0 alors le nombre cherché est donc de la forme :

$$1 \text{ ----- } 5.$$

Le nombre cherché est le plus petit possible et la somme de ses chiffres est égale à 15.

Le nombre cherché est donc : **100 000 000 000 095.**