Exercices dirigés : les puissances (NC2)

Exercice 1 Écrire sous la forme de la puissance d'un nombre.

$8\times8\times8\times8\times8\times8$; $0{,}3\times0{,}3\times0{,}3\times0{,}3$; $\dfrac{1}{6\times6\times6\times6\times6}$; $\dfrac{1}{100}$

Exercice 2 Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

2^5 ; 9^2 ; 10^7 ; $0{,}1^3$; 2^{-1} ; $(-3)^4$; -3^4 ; $0{,}1^{-1}$

Exercice 3 Calculer. On détaillera les calculs.

A= $6-5\times(-2)^3$ B = $8\times\left(19-3^2\right)^5$ C = $-3^4\times0{,}1-4^2\times(1-1{,}01)$

D = $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2-2\times\dfrac{2}{5^2}$ E = $4^{-1}\times5+3^{-1}$

Exercice 4 Carré magique

Le carré ci-contre est magique pour la multiplication : les produits des nombres situés sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale sont égaux.
Compléter ce carré magique par des puissances de 5.

5^2	5^7	
	5^5	
		5^8

Exercice 5 Transformer l'écriture en une seule puissance.

a) $11^5\times11^9$ **b)** $10^{-3}\times10^5$ **c)** $\left(7^5\right)^2$ **d)** $\left(5^{-2}\right)^2$

e) $8^5\times3^5$ **f)** $2{,}1^6\times5^6$ **g)** $\dfrac{7^{11}\times7^8}{7^4}$ **h)** $\dfrac{8^{15}\times8^{-3}}{4^5\times2^5}$ **i)** $\dfrac{8^{1345}}{4^{2015}}$

Exercice 6 Égalité 1 Égalité 2

$10^5+10^{-5}=10^0$ $\dfrac{9^3\times\left(9^3\right)^4}{9^9\times3^6}=3^6$

Pour chacune des égalités, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Si elle est vraie, **écrire les étapes des calculs** qui permettent de l'obtenir.
Si elle est fausse, **la transformer pour qu'elle devienne vraie**.

Défi Considérons les nombres $2^{10\,000}$ et $10^{3\,000}$.
Lequel de ces deux nombres est le plus grand ?

Correction....A regarder une fois que vous avez cherché.

Exercice 1

$8\times8\times8\times8\times8\times8=\mathbf{8^6}$ $0{,}3\times0{,}3\times0{,}3\times0{,}3=\mathbf{0{,}3^4}$

$\dfrac{1}{6\times6\times6\times6\times6}=\dfrac{1}{6^5}=\mathbf{6^{-5}}$ $\dfrac{1}{100}=\dfrac{1}{10\times10}=\dfrac{1}{10^2}=\mathbf{10^{-2}}$

Exercice 2

$2^5=\mathbf{32}$ $9^2=\mathbf{81}$ $10^7=\mathbf{10\,000\,000}$ $0{,}1^3=\mathbf{0{,}001}$

$2^{-1}=\dfrac{1}{2}=\mathbf{0{,}5}$ $(-3)^4=\mathbf{81}$ $-3^4=\mathbf{-81}$ $0{,}1^{-1}=\dfrac{1}{0{,}1}=\mathbf{10}$

Exercice 3

La puissance est prioritaire.

A = $6-5\times(-2)^3$
A = $6-5\times(-8)$
A = $6+40$
A = **46**

B = $8\times\left(19-3^2\right)^5$
B = $8\times(19-9)^5$
B = 8×10^5
B = **800 000**

C = $-3^4\times0{,}1-4^2\times(1-1{,}01)$
C = $-81\times0{,}1-16\times(1-1{,}01)$
C = $-8{,}1-16\times(-0{,}01)$
C = $-8{,}1+0{,}16$
C = **- 7,94**

D = $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2-2\times\dfrac{2}{5^2}$
D = $\dfrac{9}{25}-2\times\dfrac{2}{25}$
D = $\dfrac{9}{25}-\dfrac{4}{25}$
D = $\dfrac{5}{25}$
D = $\mathbf{\dfrac{1}{5}}$

E = $4^{-1}\times5+3^{-1}$
E = $\dfrac{1}{4}\times5+\dfrac{1}{3}$
E = $\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{3}$
E = $\dfrac{15}{12}+\dfrac{4}{12}$
E = $\mathbf{\dfrac{19}{12}}$

Exercice 4

5^2	5^7	$\mathbf{5^6}$
$\mathbf{5^9}$	5^5	$\mathbf{5}$
$\mathbf{5^4}$	$\mathbf{5^3}$	5^8

$$5^2 \times 5^5 \times 5^8 = 5^{15}$$

Exercice 5

a) $11^5 \times 11^9 = \mathbf{11^{14}}$ **b)** $10^{-3} \times 10^5 = \mathbf{10^2}$ **c)** $\left(7^5\right)^2 = \mathbf{7^{10}}$

d) $\left(5^{-2}\right)^2 = \mathbf{5^{-4}}$ **e)** $8^5 \times 3^5 = \mathbf{24^5}$ **f)** $2{,}1^6 \times 5^6 = \mathbf{10{,}5^6}$

g) $\dfrac{7^{11} \times 7^8}{7^4} = \dfrac{7^{19}}{7^4} = \mathbf{7^{15}}$ **h)** $\dfrac{8^{15} \times 8^{-3}}{4^5 \times 2^5} = \dfrac{8^{12}}{8^5} = \mathbf{8^7}$

i) $\dfrac{8^{1345}}{4^{2015}} = \dfrac{\left(2^3\right)^{1345}}{\left(2^2\right)^{2015}} = \dfrac{2^{4035}}{2^{4030}} = \mathbf{2^5}$

Exercice 6

<u>Égalité 1</u> : L'égalité 1 est **fausse**.

$10^5 + 10^{-5} = 100\,000 + 0{,}00001$

D'où : $10^5 + 10^{-5} = 100\,000{,}00001$

<u>Égalité 2</u> : L'égalité 2 est **vraie**.

$$\frac{9^3 \times \left(9^3\right)^4}{9^9 \times 3^6} = \frac{9^3 \times 9^{12}}{\left(3^2\right)^9 \times 3^6} = \frac{9^{15}}{3^{18} \times 3^6} = \frac{\left(3^2\right)^{15}}{3^{24}} = \frac{3^{30}}{3^{24}} = 3^6$$

Défi

On ne peut pas utiliser la calculatrice pour calculer $2^{10\,000}$ et $10^{3\,000}$. Ce sont des nombres tros grands !

On doit donc essayer de transformer les écritures pour pouvoir les comparer.

- $2^{10\,000} = \left(2^{10}\right)^{1000} = 1024^{1000}$
- $10^{3\,000} = \left(10^3\right)^{1000} = 1000^{1000}$

Comme $1024 > 1000$ alors $\mathbf{2^{10\,000} > 10^{3\,000}}$