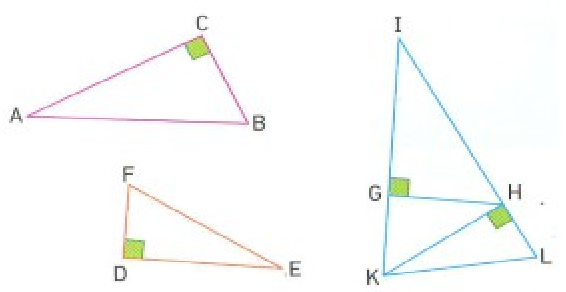
Exercices dirigés – Théorème de Pythagore (EG6)

Exercice 1 Compléter :

$3^2 = \ldots\ldots$ $\quad (-6)^2 = \ldots\ldots$ $\quad \sqrt{100} = \ldots\ldots$

$\sqrt{121} = \ldots\ldots$ $\quad (\sqrt{13})^2 = \ldots\ldots$ $\quad (\sqrt{(-3)^2}) = \ldots\ldots$

Exercice 2 A l'aide des figures ci-dessous, compléter les égalités.



$AB^2 = \ldots\ldots\ldots + CB^2$

$\ldots\ldots\ldots = FD^2 + DE^2$

$IH^2 = IG^2 + \ldots\ldots\ldots$

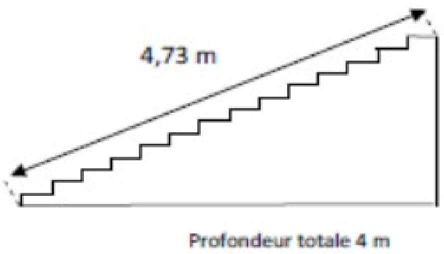
$KL^2 = \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots$

$BC^2 = AB^2 - \ldots\ldots\ldots$

$GH^2 = IH^2 - \ldots\ldots\ldots$

Exercice 3

Pour qu'un escalier soit conforme aux normes, la hauteur de chaque marche doit être comprise entre 17 cm et 20 cm.
L'escalier représenté sur le schéma ci-contre, qui compte 14 marches identiques, est-il conforme aux normes ?

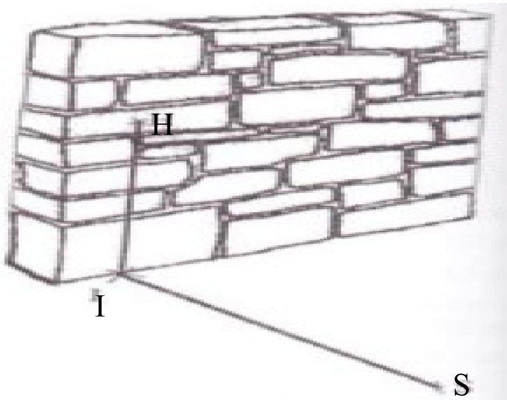


Exercice 4

Est-il possible de poster cette lettre rectangulaire sans la plier ?

Exercice 5

Au lycée professionnel, Polo et Lucas, futurs maçons, s'entraînent en construisant un mur chacun.
Leur professeur vient vérifier si chaque mur est bien droit (c'est-à-dire perpendiculaire au sol). Ayant oublié sa caisse à outils dans son atelier, il ne possède que le mètre qu'il avait dans sa poche. Pour chacun des murs, il place au pied un point I puis un point H à 60 cm de hauteur sur le mur et un point S à 80 cm de I, puis il mesure la longueur HS.
Pour le mur de Polo, il trouve 1 m et pour celui de Lucas 95 cm.



Le mur de Polo est-il droit ? Et celui de Lucas ?

Exercice 6

Une corde non élastique de 28,5 m est attachée au sol sur deux piquets distants de 28 m. Polo mesurant 1,60 m soulève la corde en son milieu.

Pourra-t-il passer en dessous sans se baisser ?

Exercice 7

Un plumeau de 8 dm de hauteur a été brisé par le vent.

Le sommet touche la terre à 4 dm de la tige restée verticale.

À quelle hauteur a-t-il été brisé ?

Correction … à regarder une fois que vous avez cherché.

Exercice 1

$3^2 = \mathbf{9}$ $\quad (-6)^2 = \mathbf{36}$ $\quad \sqrt{100} = \mathbf{10}$

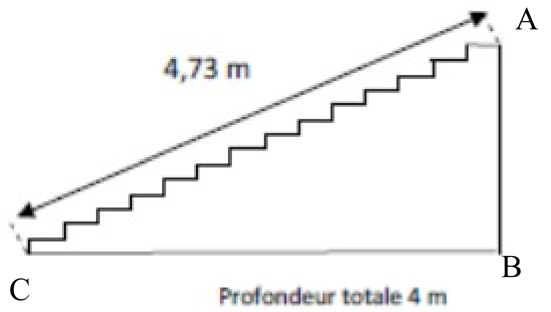
$\sqrt{121} = \mathbf{11}$ $\quad (\sqrt{13})^2 = \mathbf{13}$ $\quad (\sqrt{(-3)^2}) = \mathbf{3}$

Exercice 2

$AB^2 = \mathbf{AC^2} + CB^2$ $\quad \mathbf{FE^2} = FD^2 + DE^2$ $\quad IH^2 = IG^2 + \mathbf{GH^2}$

$KL^2 = \mathbf{KH^2} + \mathbf{HL^2}$ $\quad BC^2 = AB^2 - \mathbf{AC^2}$ $\quad GH^2 = IH^2 - \mathbf{GI^2}$

Exercice 3



Calculons la hauteur AB de l'escalier :
On sait que ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$4{,}73^2 = AB^2 + 4^2$

$22{,}3729 = AB^2 + 16$

$AB^2 = 22{,}3729 - 16$

$AB^2 = 6{,}3729$

$AB = \sqrt{6{,}3729}$ m (valeur exacte)

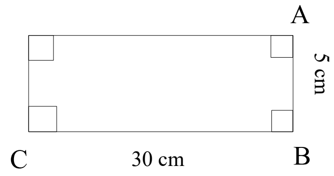
Comme l'escalier compte 14 marches alors la hauteur de chaque marche est égale à : $\sqrt{3{,}3729} \div 14 \approx 0{,}18$ m = 18 cm.

Ainsi l'escalier est conforme aux normes.

Exercice 4

Comme 30,3 > 30 alors il n'est pas possible de poster la lettre horizontalement sans la plier.
Maintenant on va essayer de voir si on peut la poster en diagonale dans l'ouverture.

Schéma



On sait que ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 5^2 + 30^2$

$AC^2 = 25 + 900$

$AC^2 = 925$

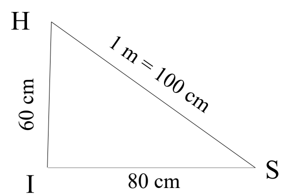
$AC = \sqrt{925}$

$AC \approx 30{,}4$ cm (valeur approchée au dixième par défaut)

Comme 30,4 > 30,3 alors **il est possible de poster la lettre en diagonale sans la plier.**

Exercice 5

Vérifions si le mur de Polo est droit :



Dans le triangle HIS, on sait que [HS] est le côté le plus long.

D'une part : $HS^2 = 100^2 = 10\ 000$.

D'autre part :

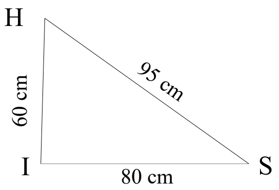
$HI^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2$

$= 3\ 600 + 6\ 400$

$= 10\ 000$

D'où $HS^2 = HI^2 + IS^2$.
L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle HIS est rectangle en I et **le mur de Polo est droit.**

Vérifions si le mur de Lucas est droit :



Dans le triangle HIS, on sait que [HS] est le côté le plus long.

D'une part : $HS^2 = 95^2 = 9\,025$.

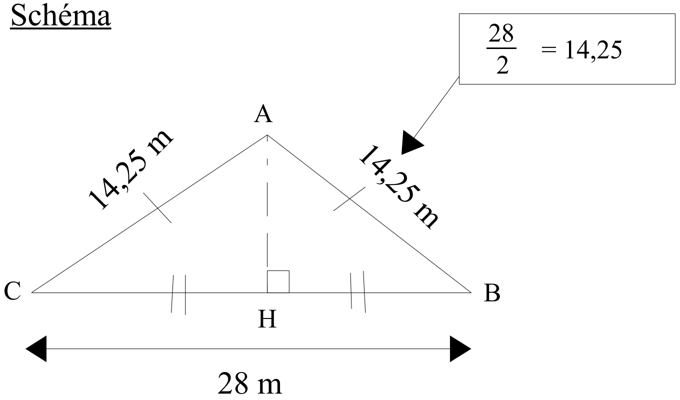
D'autre part :

$$HI^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2$$
$$= 3\,600 + 6\,400$$
$$= 10\,000$$

D'où $HS^2 \neq HI^2 + IS^2$.
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle HIS n'est pas rectangle en I et **le mur de Lucas n'est pas droit.**

Exercice 6

Schéma



Calculons la longueur HA :

On sait que HAB est rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :

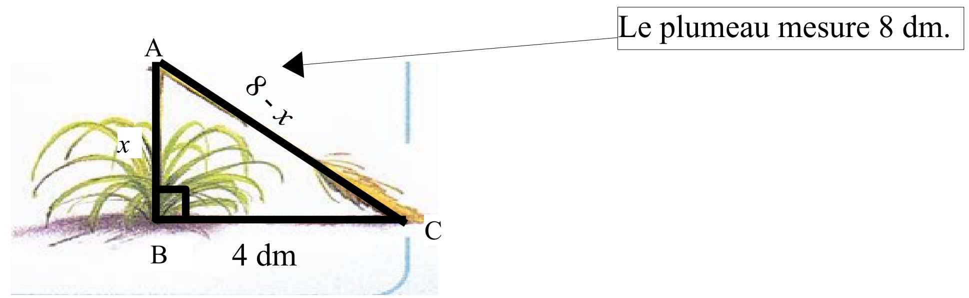
$$AB^2 = BH^2 + HA^2$$
$$14{,}25^2 = 14^2 + HA^2$$
$$203{,}0625 = 196 + HA^2$$
$$HA^2 = 203{,}0625 - 196$$
$$HA^2 = 7{,}0625$$
$$HA = \sqrt{7{,}0625}$$
$HA \approx 2{,}6$ m (valeur arrondie par défaut au dixième)

Comme $2{,}6 > 1{,}6$ alors **Polo pourra passer en dessous sans se baisser.**

Exercice 7

On appelle x la hauteur où le plumeau a été brisé.

Schéma



On sait que ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$$
$$(8 - x)(8 - x) = x^2 + 16$$
$$64 - 8x - 8x + x^2 = x^2 + 16$$

On utilise la double distributivité.

$$64 - 16x + x^2 = x^2 + 16$$
$$64 - 16x + x^2 - x^2 = x^2 + 16 - x^2$$
$$64 - 16x = 16$$
$$64 - 16x - 64 = 16 - 64$$
$$-16x = -48$$
$$x = \frac{-48}{-16}$$
$$x = 3$$

Donc le plumeau s'est brisé à 3 dm du sol.