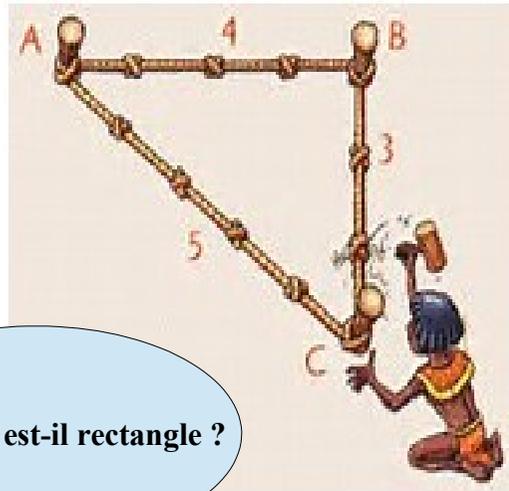


## La réciproque du théorème de Pythagore (EG4)

Nous connaissons le théorème de Pythagore qui nous permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle lorsqu'on connaît deux autres longueurs.

Dans cette leçon, nous allons découvrir la réciproque du théorème de Pythagore. Elle va nous permettre de démontrer qu'un triangle est rectangle connaissant les longueurs des trois côtés.

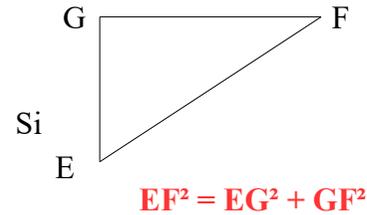


Le triangle est-il rectangle ?

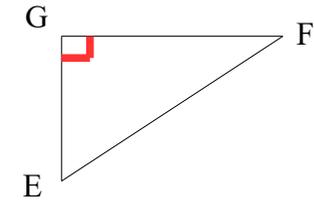
### 1) Comment démontrer qu'un triangle est rectangle connaissant les longueurs des trois côtés ?

**Propriété** (Réciproque du théorème de Pythagore)

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

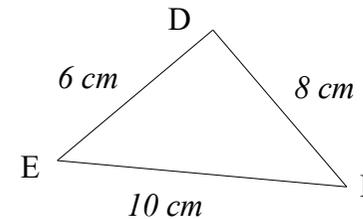


alors



### Exemple

Le triangle EDF tel que  $EF = 10$  cm,  $ED = 6$  cm et  $DF = 8$  cm est-il rectangle ?



On sait que [EF] est le plus long côté du triangle EDF.

$$EF^2 = 10^2 = 100$$

$$\begin{aligned} ED^2 + DF^2 &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \end{aligned}$$

Donc  $EF^2 = ED^2 + DF^2$ .

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle EDF est rectangle en D.

## Remarques

- La réciproque d'un théorème ou d'une propriété n'est pas tout le temps vraie.

Exemple : voici une propriété connue depuis longtemps :

*Si un nombre entier se termine par 5 alors ce nombre entier est un multiple de 5.*

La réciproque de cette propriété est :

*Si un nombre entier est un multiple de 5 alors ce nombre entier se termine par 5.*

Cette réciproque est fautive. En effet le nombre 20 est un multiple de 5 et il ne se termine pas par 5.

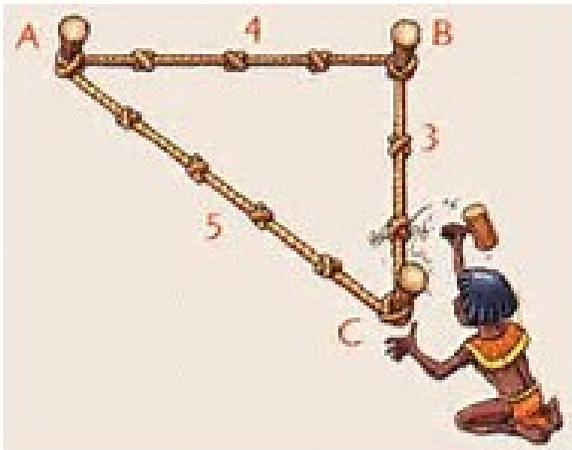
- Méthode 3,4 et 5 :

Un triangle ayant pour longueurs des côtés 3 m, 4 m et 5 m est un triangle rectangle car  $3^2 + 4^2 = 5^2$ .

Les maçons du Moyen-âge se servaient de cette méthode pour tracer un angle droit notamment avec la corde à treize nœuds.

Cette méthode est encore très utilisée aujourd'hui sur les chantiers pour tracer d'équerre (vite et bien) ou pour déterminer un angle à  $90^\circ$ .

On peut aussi utiliser des multiples ou des sous-multiples de 3,4 et 5.

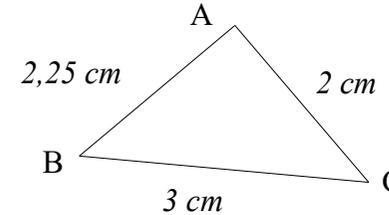


*La corde à 13 nœuds*

## 2) Comment démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle connaissant les longueurs des trois côtés ?

### Exemple

Le triangle ABC tel que  $AB = 2,25$  cm,  $AC = 2$  cm et  $BC = 3$  cm est-il rectangle ?



On sait que [BC] est le plus long côté du triangle ABC.

$$BC^2 = 3^2 = 9$$

$$\begin{aligned} BA^2 + AC^2 &= 2,25^2 + 2^2 \\ &= 5,0625 + 4 \\ &= 9,0625 \end{aligned}$$

Donc  $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$ .

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

Pour compléter vous pouvez regarder la vidéo suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=puXyHcU5Awg>

SAVOIRS	SAVOIR- FAIRE
<p><b>Je dois savoir :</b></p> <p>- la réciproque du théorème de Pythagore.</p>	<p><b>Je dois savoir :</b></p> <p>- reconnaître si un triangle est rectangle connaissant les trois côtés.</p>