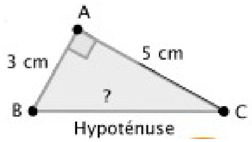
Résumé du programme de Mathématiques 3ème

THEOREME DE PYTHAGORE

► Permet de calculer une longueur dans un triangle **rectangle** :
ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :



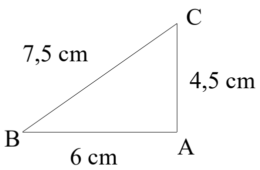
BC²=AB²+AC²=3²+5²=9+25 = 34
d'où BC = $\sqrt{34}$ ≈ 5,8 cm (à 1 mm près par défaut).

RACINES CARREES

$\sqrt{4}=2$ $\sqrt{9}=3$ $\sqrt{16}=4$ $\sqrt{25}=5$ $\sqrt{36}=6$
$\sqrt{49}=7$ $\sqrt{64}=8$ $\sqrt{81}=9$ $\sqrt{100}=10$ $\sqrt{121}=11$

EGALITE DE PYTHAGORE

► Permet de prouver qu'un triangle est rectangle :
On sait [BC] est le côté le plus long.
D'une part : BC² =7,5²=56,25
D'autre part : AB² + AC²=6² + 4,5² =36 +20,25=56,25
D'où : BC² = AB²+AC².
Donc l'égalité de Pythagore est vérifiée, ABC est rectangle en A.



Si **l'égalité n'est pas vérifiée**, on conclut que **le triangle n'est pas rectangle**.

ESPACE

$V_{Pavé\ droit}=Longueur\times largeur\times hauteur$ $V_{Cube}=c^3$

$V_{Prisme}=Aire\ de\ la\ base\times Hauteur$ $V_{Cylindre}=\pi\times r^2\times Hauteur$

$V_{Pyramide}=\dfrac{Aire\ de\ la\ base\times Hauteur}{3}$ $V_{Cône}=\dfrac{\pi\times r^2\times Hauteur}{3}$

$V_{Boule}=\dfrac{4}{3}\pi\times r^3$ $A_{Sphère}=4\times\pi\times r^2$

► La section d'un pavé par un plan parallèle à l'une de ses faces ou l'une de ses arêtes est un rectangle.
► La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle et perpendiculaire à son axe est un disque.
► La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.
► Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .
► Un parallélépipède peut définir un repère de l'espace. Il faut choisir une origine et trois axes gradués définis à partir des dimensions du parallélépipède :
abscisse – **ordonnée** – **altitude**.
► Pour repérer un point à la surface du globe terrestre, on utilise deux coordonnées géographiques : **la longitude** (position Est/Ouest) et **la latitude** (position Nord/Sud).

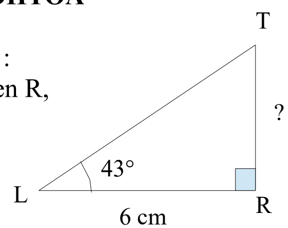
TRIGONOMETRIE

Dans un triangle **rectangle**, pour un angle aigu $\hat{\alpha}$ donné :

$\sin\hat{\alpha}=\dfrac{côté\ opp\ à\ \hat{\alpha}}{hypoténuse}$ $\cos\hat{\alpha}=\dfrac{côté\ adj\ à\ \hat{\alpha}}{hypoténuse}$ $\tan\hat{\alpha}=\dfrac{opp\ à\ \hat{\alpha}}{adj\ à\ \hat{\alpha}}$

Moyen mnémotechnique : **CAHSOHTOA**

► Permet de calculer une longueur :
Dans le triangle RTL **rectangle** en R,

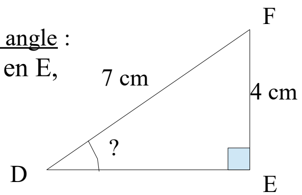


on a $\tan\widehat{RLT}=\dfrac{RT}{RL}$

d'où $\tan 43°=\dfrac{RT}{6}$

donc $RT=6\times\tan 43°$ (valeur exacte)
et RT ≈ 5,6 cm (à 1 mm près par excès)

► Permet de calculer une mesure d'un angle :
Dans le triangle EDF **rectangle** en E,



on a $\sin\widehat{EDF}=\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{4}{7}$

d'où $\widehat{EDF}$ ≈ 35 (à 1° près par excès).

PROBABILITES

► $p=\dfrac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles}$

Dans un jeu de 32 cartes :
$p(Roi)=\dfrac{4}{32}=\dfrac{1}{8}$ $p(As\ de\ coeur)=\dfrac{1}{32}$

► La somme des probabilités des événements élémentaires est égal à 1.
► La probabilité d'un événement impossible (qui ne peut pas se réaliser) est égal à 0.
► La probabilité d'un événement certain (qui se réalise à chaque fois) est égale à 1.
► La somme des probabilités de A et de son contraire est égale à 1.

CALCUL NUMERIQUE

► On commence par les ( ), puis les multiplications ou les divisions et enfin les additions ou les soustractions.
► On fait les calculs dans l'ordre lorsque l'expression ne comporte que des additions ou des soustractions, et que des multiplications ou des divisions.
► Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse.
► Exemple : donner votre réponse sous forme irréductible !

$\dfrac{5}{6}-\dfrac{2}{7}\div\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{6}-\dfrac{2}{7}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{5}{6}-\dfrac{8}{21}=\dfrac{35}{42}-\dfrac{16}{42}=\dfrac{19}{42}$

$(\dfrac{5}{6}-\dfrac{2}{7})\div\dfrac{3}{4}=(\dfrac{35}{42}-\dfrac{12}{42})\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{23}{42}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{2\times2\times23}{2\times3\times3\times7}=\dfrac{46}{63}$

PUISSANCES

$6^3=6\times6\times6$ $5^1=5$ $5^0=1$ $10^4=10000$ $10^{-3}=0{,}001$

$a^n\times a^m=a^{n+m}$ $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ $(a^n)^m=a^{n\times m}$ $a^{-1}=\dfrac{1}{a}$

► Pour multiplier deux puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser deux puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.
► Pour prendre la puissance d'une puissance, on multiplie les exposants.
► **Notation scientifique** : un nombre décimal avec un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

$\dfrac{7\times(10^5)^3\times10^{-2}}{5\times10^7}=\dfrac{7}{5}\times\dfrac{10^{15}\times10^{-2}}{10^7}=1{,}4\times\dfrac{10^{13}}{10^7}=1{,}4\times10^6$

GRANDEURS PRODUITS/GRANDEURS QUOTIENTS

1 litre = 1 dm^3 = 1 000 cm^3 et 1 m^3 = 1 000 litres

► Combien de litres d'eau faut-il pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?
Vpiscine = 5 x 4 x 1,5 = 30 m^3 = 30 000 litres.

► Un TGV parcourt 1600 km en 5 heures. Sa vitesse moyenne est
v = $\frac{d}{t}$ = $\frac{1600}{5}$ = 320 km / h (ou $km.h^{-1}$).

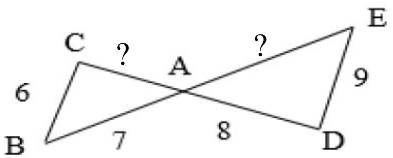
► Un robinet a un débit de 1,5 m^3/h cela signifie que le robinet laisse couler 1,5 m^3 d'eau en 1 heure.
Le débit de ce robinet en L/min est de
1,5 m^3 / h = $\frac{1{,}5\,m^3}{1\,h}$ = $\frac{1500\,L}{60\,min}$ = 25 L /min .

THEOREME DE THALES

► <u>Permet de calculer une longueur</u> :
On sait que :
- les triangles ACB et ADE sont opposés par le sommet A (avec A, C et D alignés)
- les droites (BC) et (DE) sont **parallèles.**

D'après le théorème de Thalès, on en déduit que :
$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}=\frac{BC}{DE}$ d'où $\frac{7}{AE}=\frac{AC}{8}=\frac{6}{9}$.

Ainsi $AC=\frac{8\times 6}{9}$ = $\frac{48}{9}$ = $\frac{16}{3}$ cm et $AE=\frac{7\times 9}{6}$ =10,5 cm.



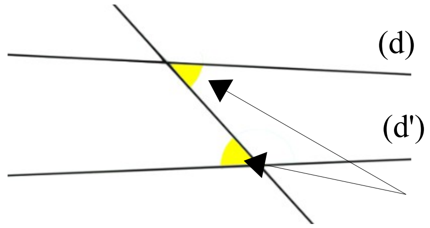
(BC)//(ED)

TRIANGLES SEMBLABLES

Deux triangles sont **semblables** si l'un des triangles est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

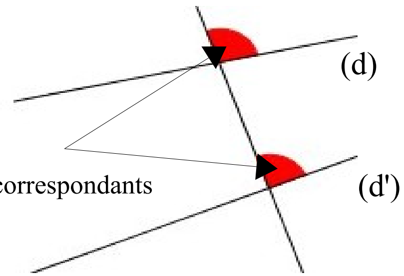
► Dire que deux triangles sont semblables équivaut à dire que:
– les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.
– ils ont deux angles deux à deux de même mesure.

ANGLES ET PARALLELISMES



angles alternes-internes

► Dire que les droites (d) et (d') sont parallèles équivaut à dire que deux angles alternes-internes sont de même mesure.



angles correspondants

► Dire que les droites (d) et (d') sont parallèles équivaut à dire que deux angles correspondants sont de même mesure.

RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES

► <u>Permet de prouver que deux droites sont parallèles</u> :

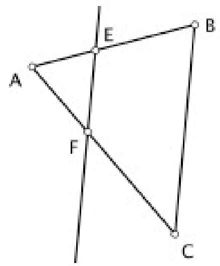
On sait que les triangles AEF et ABC sont emboîtes (avec A, E , B alignés).

On a $\frac{AE}{AB}=\frac{2}{5}$ $\frac{AF}{AC}=\frac{3}{7{,}5}$

et $3\times 5=15$, $2\times 7{,}5=15$

D'où : $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$.

Donc les droites (BC) et (EF) sont parallèles.



AE = 2, AB = 5, AF = 3 et AC = 7,5

Si **l'égalité n'est pas vérifiée**, on conclut que **les droites ne sont pas parallèles**.

STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des filles d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :
36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

►L'**étendue** de cette série est : 42 – 36 = 6

►La **moyenne** de cette série est :
$\frac{2\times 36+3\times 37+2\times 38+3\times 39+40+41+42}{13}\approx 38{,}3$

►Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de même effectif, est la 7ème valeur soit 38. Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

ARITHMETIQUE

►Un nombre entier est divisible :
- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

►Un nombre **premier** est un entier naturel qui admet exactement **deux diviseurs** distincts, 1 et lui-même.

► Tout nombre entier non premier se décompose en produit de plusieurs facteurs premiers.
<u>Exemple</u> : $588=2^2\times 3\times 7^2$

► La décomposition en facteurs premiers permet de trouver facilement le plus grand commun diviseur (PGCD) ,le plus petit commun multiple (PPCM) et de rendre irréductible une fraction.

FONCTIONS

- *nombre de départ*
- *x*
- *un antécédent*
- *abcisse*

- *nbre d'arrivée*
- *f(x) ; y*
- *l'image*
- *ordonnée*

►**Fonction affine** f : $x\longmapsto ax+b$ avec a coefficient directeur et b ordonnée à l'origine.

► **Fonction linéaire** f : $x \longmapsto ax$. Elle modélise une situation de proportionnalité.
► **Fonction constante** f : $x \longmapsto$ b.

CALCUL LITTERAL

On développe ⟶

k(a + b) = ka + kb
(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd
(a + b)² = a² + 2ab + b²
(a – b)² = a² – 2ab + b²
(a – b)(a + b) = a² - b²

⟵ *On factorise*

► <u>Développer et réduire</u> :
$A(x) = (x + 3)^2 – (x – 6)(x + 9)$
$A(x) = x^2 + 6x + 9 – (x^2 + 9x – 6x – 54)$
$A(x) = x^2 + 6x + 9 – x^2 – 9x + 6x + 54$
$A(x) = 3x + 63$

► <u>Factoriser</u> :
$B(x) = \mathbf{(x + 2)}(2x +4) + \mathbf{(x + 2)}(3x – 8)$
$B(x) = (x +2)\ [(2x + 4) + (3x -8)]$
$B(x) = (x +2)(2x + 4 + 3x -8)$
$B(x) = (x + 2)(5x -4)$

► <u>Résoudre l'équation</u> : $5x + 6 = 9x – 8$
$6 = 4x – 8$
$14 = 4x$
$\frac{14}{4} = x$
$\frac{7}{2} = x$
La solution de l'équation est 3,5.

► <u>Résoudre l'équation produit</u> : $(x -3)(2x + 5) = 0$
$x – 3 = 0$ **ou** $2x + 5 = 0$
$x = 3$ **ou** $2x = -5$
$x = \frac{-5}{2}$
$x = -2,5$
Les solutions de l'équation sont 3 et -2,5.

POURCENTAGES

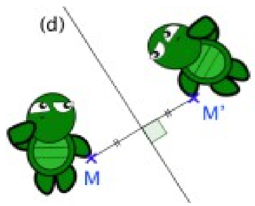
► **Savoir appliquer un pourcentage :** 40 % des 30 élèves d'une classe ont un téléphone signifie que sur 100 élèves, 40 ont un téléphone ! $\frac{40}{100} \times 30 = 12$ Donc 12 élèves ont un téléphone.

► **Savoir calculer un pourcentage :** Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3ème signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3ème. $\frac{126}{600} \times 100 = 21$.
Donc 21 % des élèves sont en 3ème.

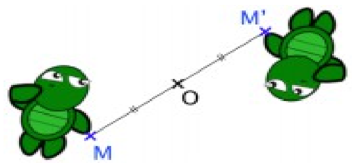
► **Savoir augmenter ou diminuer :**
Augmenter une quantité de 30 % revient à multiplier cette quantité par 1,3. Diminuer une quantité de 30 % revient à multiplier cette quantité par 0,7.

TRANSFORMATIONS

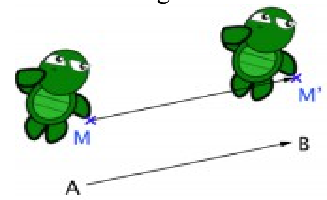
► **Symétrie axiale** : Deux figures symétriques par symétrie axiale se superposent par un pliage le long de l'axe de symétrie.



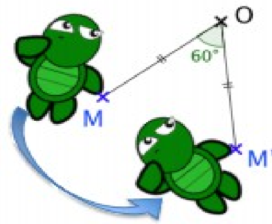
► **Symétrie centrale** : Deux figures symétriques par symétrie centrale se superposent par un demi-tour autour du centre de symétrie.



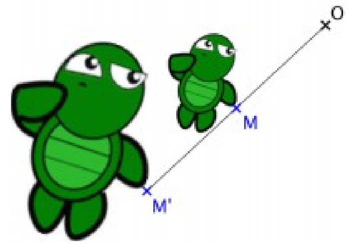
► **Translation :** Une translation fait glisser une figure dans une direction, un sens et une longueur donnés.



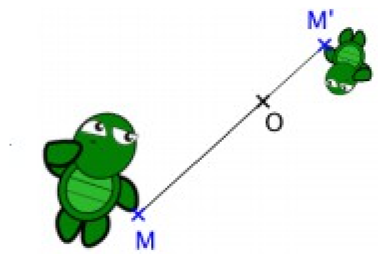
► **Rotation :** Une rotation fait tourner une figure autour d'un point selon un angle et un sens.



► **Homothétie :** Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l'une de l'autre.



Rapport positif



Rapport négatif