

La sphère et la boule (EG2) Aire de la sphère et volume de la boule (GM1)

Depuis la 6ème, nous avons étudié différents types de solides :
cube, pavé droit, prisme, cylindre et pyramide.

Dans cette leçon, nous allons étudier les deux autres solides :

- la sphère
- la boule.

1) Que sont une sphère et une boule ?

O est un point donné de l'espace, et r est un nombre (strictement) positif donné.

Définition

La sphère de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance égale à r du point O.

Exemples

Une balle de tennis, un ballon de foot, une balle de ping-pong,....

Définition

La boule de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance inférieure ou égale à r du point O.

Exemples

Une boule de pétanque, la terre,

Remarque

Ces deux définitions sont à comparer avec les définitions du cercle et du disque :

- **Le cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points du **plan** situés à une distance égale à r du point O.
- **Le disque** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points du **plan** situés à une distance inférieure ou égale à r du point O.

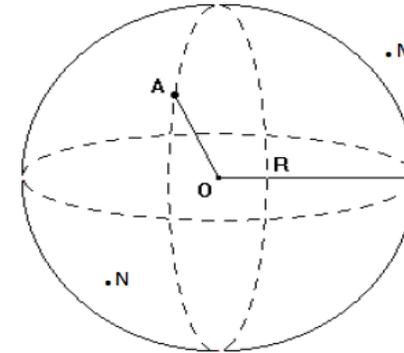
Exemples

Le point A appartient à la boule et à la sphère : $OA = r$.

Le cercle de centre O et de rayon OA est appelé un **grand cercle**.

Le point M est un point n'appartenant ni à la boule ni à la sphère : $OM > r$.

Le point N appartient à la boule mais pas à la sphère : $ON < r$.

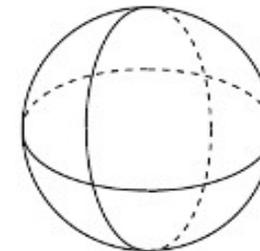


2) Comment calculer l'aire d'une sphère et le volume d'une boule ?

Aire de la sphère

Voici une vidéo où on conjecture la formule de l'aire d'une sphère :

<https://www.youtube.com/watch?v=IA-c7Ivd3hc&t=1s>



Voici la formule permettant de calculer l'aire de la sphère :

$$\text{Aire de la sphère} = 4 \times \pi \times r^2$$

Remarque on peut aussi parler de l'aire d'une boule.

Exemple 1

Calculer l'aire d'un ballon de football de diamètre 22 cm.

L'aire du ballon est égale à :

$$A = 4 \times \pi \times r^2$$

$$A = 4 \times \pi \times 11^2$$

$$A = 4 \times \pi \times 121$$

$$A = 484\pi \text{ cm}^2 \text{ (valeur exacte)}$$

$$A \approx 1521 \text{ cm}^2 \text{ (valeur arrondie à l'unité)}$$

La seule erreur à ne pas faire est de ne pas confondre le rayon et le diamètre.

Exemple 2

Calculer la surface terrestre. Le rayon de la terre est égal à environ 6371 km.

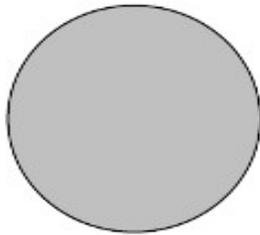
La surface terrestre est égale à :

$$A = 4 \times \pi \times r^2$$

$$A = 4 \times \pi \times 6371^2$$

$$A \approx 510\,064\,472 \text{ km}^2 \text{ (valeur arrondie à l'unité)}$$

Volume de la boule



Voici la formule permettant de calculer le volume d'une boule :

$$\text{Volume de la boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

Remarque on peut aussi parler du volume d'une sphère.

Exemple 1

Calculer le volume d'un ballon de football de diamètre 22 cm.

L'aire du ballon est égale à :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 11^3$$

$$V = \frac{5324}{3} \times \pi$$

$$V \approx 5575 \text{ cm}^3 \text{ (valeur arrondie à l'unité)}$$

La seule erreur à ne pas faire est de ne pas confondre le rayon et le diamètre.

Exemple 2

Calculer le volume de la terre. Le rayon de la terre est égal à environ 6371 km.

Le volume de la terre est égale à :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 6371^3$$

$$V \approx 1\,083\,206\,917\,000 \text{ km}^3$$

Pour compléter, vous pouvez regarder la vidéo suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=YQF7CBY-uEk>

Savoirs	Savoir-faire
Je dois savoir : - les définitions d'une boule et d'une sphère.	Je dois savoir : - calculer l'aire d'une sphère et le volume d'une boule.